Grado 10

Matematicas - Unidad 1

Reconozcamos otras características de la función

Tema

Reconocimiento de las funciones inversas

Nombre: ______________________________ **Curso:** ___________

Introducción

En la vida existen muchas situaciones en las cuales se obtienen resultados de los que necesitamos definir clara y precisamente su procedencia, por ejemplo: cuando se cancela la remesa un día en que toda la tienda tendrá el 16% de descuento (se descuenta el valor del IVA) y el valor del producto que cancelas no lo recuerdas; ¿cómo podrías saber cuál es el valor del producto originalmente sin ir hasta la estantería a mirar? Otra situación es cuando se recibe el salario y se calcula con base a las horas trabajadas. Si se tiene el valor del salario y las horas trabajadas, ¿podrías calcular el valor de cada hora de trabajo?

Actividad Introductoria: ¿A qué país corresponde?

1. Tomando en cuenta la información presentada y tu conocimiento en geografía, tomar nota en los espacios en blanco de cada país (Columna izquierda) que pertenece a cada ciudad (Columna derecha), basados en la definición de la función g^{-1}.

País	Capital
Argentina	Asunción
Bolivia	Bogotá
Brasil	Brasilia
Chile	Buenos aires
Colombia	Caracas
Ecuador	Cayena
Guyana	Georgetown
Guyana francesa	Lima
Paraguay	Montevideo
Perú	Paramaribo
Surinam	Puerto España
Trinidad y Tobago	Quito
Uruguay	Santiago de Chile
Venezuela	Sucre

g^{-1} (Asunción) =

g^{-1} (Bogotá) =

g^{-1} (Brasilia) =

g^{-1} (Buenos Aires) =

g^{-1} (Caracas) =

g^{-1} (Cayena) =

g^{-1} (Georgetown) =

g^{-1} (Lima) =

g^{-1} (Montevideo) =

g^{-1} (Paramaribo) =

g^{-1} (Puerto España) =

g^{-1} (Quito) =

g^{-1} (Santiago de Chile) =

g^{-1} (Sucre) =

2. ¿Cómo podríamos definir el proceso inverso de g, es decir, la función inversa denotada por g^{-1}?

Objetivos de aprendizaje

» Determinar cuándo una función tiene inversa.

» Reconocer el concepto de función inversa.

Actividad 1: ¿A quién corresponde?

1. Observa cuidadosamente la animación en pantalla. Luego, responde las siguientes preguntas:

Edad del feto

La longitud, "L", de un feto humano de más de 12 semanas puede estimarse por medio de la fórmula

$$L = (1{,}53\ \text{cm/semanas}) * t\ -\ (6{,}7\ \text{cm})$$

En donde "L" está en centímetros y "t" está en semanas desde la concepción. Un tocólogo utiliza la longitud del feto, medido por medio de ultrasonido, para determinar la edad aproximada del feto y establecer una fecha de parto para la madre. (Haeussler & Paul, 2003, p. 135)

a. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 11,7 centímetros?

b. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 37,7 centímetros?

c. ¿En qué semana se encuentra el feto si su longitud estimada es de 56 centímetros?

d. A partir de la representación gráfica, ¿podríamos deducir cuál es la semana en qué se encuentra el feto, si tenemos la longitud estimada del feto?

¿Sabías qué?

Tocólogo, ga: Médico que es especialista en tocología.

Tocología: obstetricia. Parte de la medicina que trata de la gestación, el parto y el puerperio.

Puerperio: período que transcurre desde el parto hasta que la mujer vuelve al estado ordinario anterior a la gestación.

Actividad 2: Invirtiendo la transformación

1. Observa y analiza el ejemplo que se muestra en pantalla sobre cómo hallar la función inversa. Relaciona las siguientes columnas en las que se presenta: a la izquierda el paso para hallar la función inversa y a la derecha los procesos realizados a una función definida.

PASOS PARA HALLAR LA FUNCIÓN INVERSA

Paso 1. Sustituimos f(x) por y

Paso 2. Intercambiamos x por y para obtener x=f(y)

Paso 3. Despejamos la variable y

Paso 4. En la solución, escribimos $f^{-1}(x)$ en vez de y

Paso 5. Verificamos si la expresión obtenida es una función.

Paso 1 $y=\frac{994}{1000}x+1$

Paso 2 $x=\frac{994}{1000}y+1$

Paso 3

$$x=\frac{994}{1000}y+1$$

$$\frac{994}{1000}y+1=x$$

$$\frac{994}{1000}y=x-1$$

$$y=\frac{1000}{994}(x-1)$$

$$y=\frac{1000}{994}x-\frac{1000}{994}$$

Paso 4 $f^{-1}(x)=\frac{1000}{994}x-\frac{1000}{994}$

Paso 5 $f^{-1}(x)$ si es función.

Paso 1 $y=\frac{2}{3}\pi x^{2}$

Paso 2 $x=\frac{2}{3}\pi y^{2}$

Paso 3

$$x=\frac{2}{3}\pi y^2$$

$$\frac{2\pi}{3}y^2=x$$

$$y^2=\frac{3}{2\pi}x$$

$$\sqrt{y^2}=\sqrt{\frac{3}{2\pi}x}$$

$$|y|=\sqrt{\frac{3}{2\pi}x}$$

Paso 4

$$\left|g^{-1}(x)\right|=\sqrt{\frac{3}{2\pi}x}$$

$$g^{-1}(x)=+\sqrt{\frac{3}{2\pi}x} \vee g^{-1}(x)=-\sqrt{\frac{3}{2\pi}x}$$

Paso 5 $g^{-1}(x)$ si es función.

Paso 1 $y=22e^{\frac{x}{25}}$

Paso 2 $x=22e^{\frac{y}{25}}$

Paso 3

$$x=22e^{\frac{y}{25}}$$

$$e^{\frac{y}{25}}=\frac{x}{22}$$

$$\ln\left(e^{\frac{y}{25}}\right)=\ln\left(\frac{x}{22}\right)$$

$$\frac{y}{25}=\ln\left(\frac{x}{22}\right)$$

$$y=25\ln\left(\frac{x}{22}\right)$$

Paso 4 $h^{-1}(x)=25\ln\left(\frac{x}{22}\right)$

Paso 5 $h^{-1}(x)$si es función.

2. **Calcula la función inversa de las siguientes tres (3) funciones asignadas. Luego, completa la tabla y realiza la representación gráfica, de la función inversa en el plano cartesiano dado.**

PASOS PARA HALLAR LA FUNCIÓN INVERSA

Paso 1.	Sustituimos f(x) por y
Paso 2.	Intercambiamos x por y para obtener x=f(y)
Paso 3.	Despejamos la variable y
Paso 4.	En la solución, escribimos $f^{-1}(x)$ en vez de y
Paso 5.	Verificamos si la expresión obtenida es una función.

a.

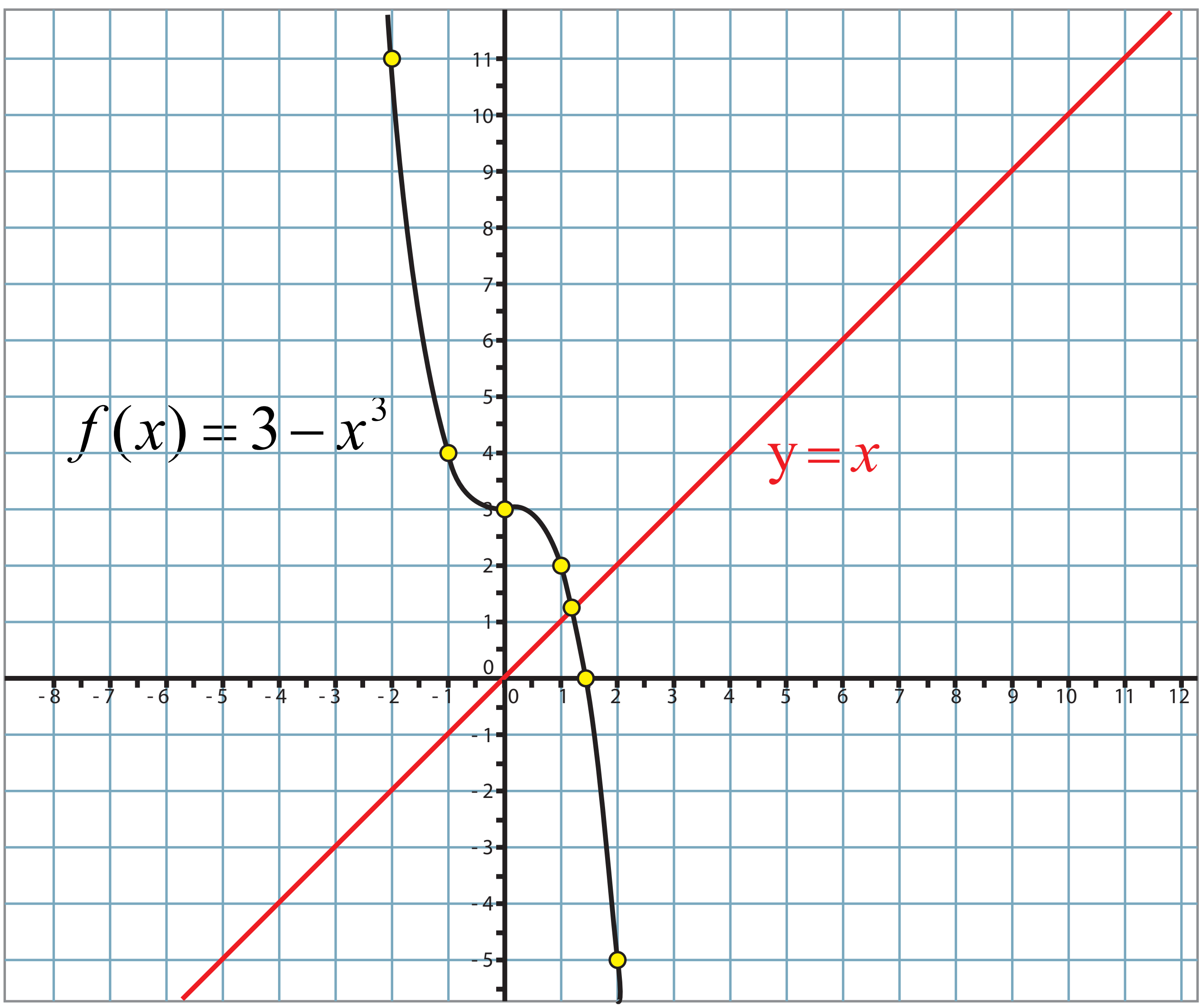
$$f(x) = 3 - x^3$$

Paso 1	
Paso 2	
Paso 3	
Paso 4	
Paso 5	

x	-2	-1	0	1	$\sqrt{3}$	2
$f(x)$	11	4	3	2	0	-5

NOTA: Para la realización de esta actividad, es importante que esta página se imprima en una hoja independiente, es decir, que no exista información por el reverso de esta página.

x						
$f^{-1}(x)$						



a. Dado que la función $f(x)=3-x^3$ posee la función inversa definida por $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{3-x}$, realiza los cálculos pertinentes y completa la tabla.

x	$f(x)=3-x^3$
4	- 61
-1/2	
-3/2	
	73/27
3	

x	$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{3-x}$
4	-1
25/8	
	2/3
	-24
51/8	

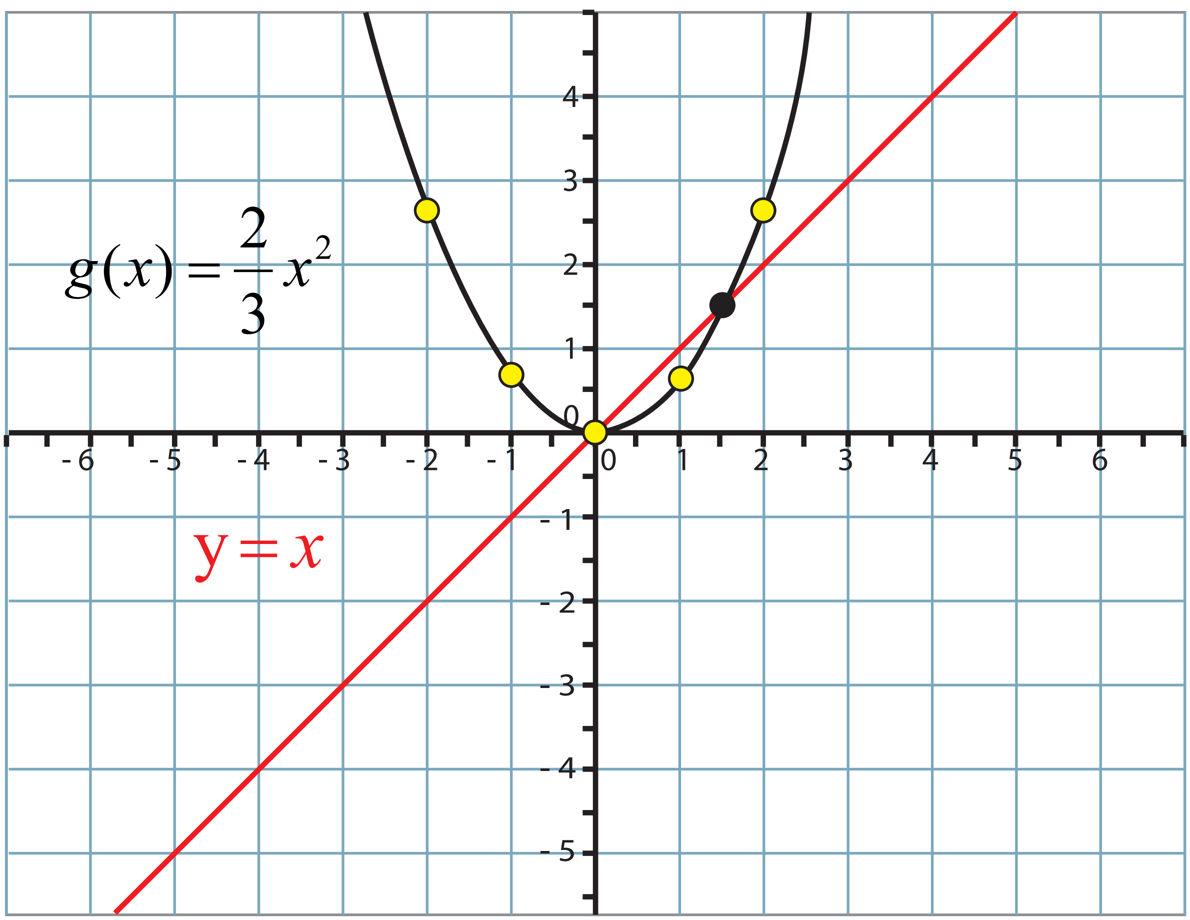
b.

$g(x)=\frac{2}{3}x^2$	
Paso 1	
Paso 2	
Paso 3	
Paso 4	
Paso 5	

x	-2	-1	0	1	3/2	2
$f(x)$	8/3	2/3	0	2/3	3/2	8/3

NOTA: Para la realización de esta actividad, es importante que esta página se imprima en una hoja independiente, es decir, que no exista información por el reverso de esta página.

x						
$f^{-1}(x)$						



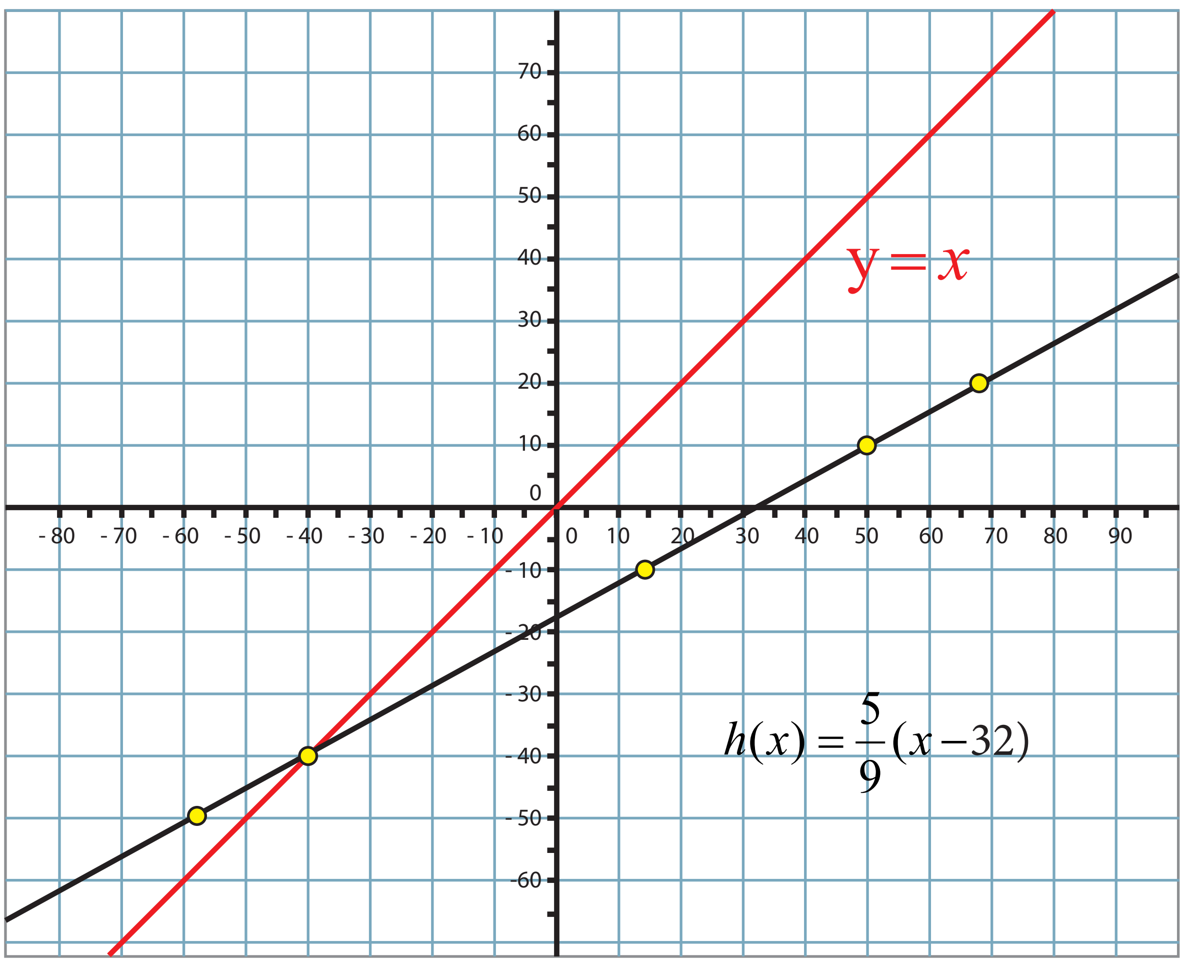
c.

$h(x)=\frac{5}{9}(x-32)$	
Paso 1	
Paso 2	
Paso 3	
Paso 4	
Paso 5	

x	-58	-40	-13	14	50	68
$f(x)$	-50	-40	-25	-10	10	20

NOTA: Para la realización de esta actividad, es importante que esta página se imprima en una hoja independiente, es decir, que no exista información por el reverso de esta página.

x						
$f^{-1}(x)$						



La función $h(x)=\frac{5}{9}(x-32)$ define la fórmula que calcula el equivalente de una temperatura en grados Celsius (Centígrados) en grados Fahrenheit. Si la función inversa de "h" está definida por $h^{-1}(x)=\frac{9}{5}x+32$, realiza los cálculos pertinentes y responde las siguientes preguntas:

- El 13 de diciembre del 2013, en la Ciudad de Cali se registraba una temperatura ambiente de 20° Celsius, ¿a qué temperatura equivale en grados Fahrenheit?

- Daniel Gabriel Fahrenheit en 1724, estableció la temperatura de congelación y ebullición del agua; si tenemos estos valores en grados Centígrados 0° y 100° respectivamente, ¿a que temperatura equivalen en la escala de Fahrenheit?

- Una temperatura corporal por encima de 100° Fahrenheit generalmente significa que la persona tiene fiebre. Si la temperatura corporal es de 40° Celsius, ¿la persona tiene fiebre?

Actividad 3: Definición: Función Inversa

1. Completa la definición formal de la función inversa con base en las palabras o frases presentadas en la parte inferior.

Se llama función ________ o ________ de f a otra ________ f^{-1} que cumple:

Si ________, entonces ________."

f(a) = b	**constante**	**función**
inversa	**recíproca**	**$f^{-1}(b) = a$**

Resumen

Actividad: Reflexionando

Responde cada una de las siguientes preguntas. Luego, socializa tus respuestas con tus compañeros y el profesor.

a. ¿Existe una función inversa para cada función?

b. ¿Es posible encontrar la función inversa de una función sobreyectiva?

c. ¿Es posible encontrar la función inversa de una función inyectiva?

d. Escribe los pasos para poder hallar la función inversa de una función dada

PASO 1.

PASO 2.

PASO 3.

PASO 4.

PASO 5.

Tarea

Practica en casa los conceptos aprendidos:

1. Propón tres (3) funciones que modelen situaciones problema de la vida cotidiana (funciones biyectivas), que permitan hallar sus respectivas funciones inversas.

2. Halla las funciones inversas para cada función propuesta.

Lista de referencias

Ernest F. Haeussler, Jr. , Richard S. Paul. (2003). Matemáticas para administración y economía. México: PEARSON EDUCACIÓN.