


Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

## Introducción

Las actividades propuestas a continuación se centran en el estudio de las características y teorías que se presentan en los triángulos isósceles rectángulos y en algunos triángulos escalenos rectángulos ( $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ).

### Actividad Introdutoria: Triángulos del amor.

 En conjunto con tus compañeros de clase, y luego de observar el video, identifica en tu entorno figuras (objetos reales) con forma de triángulo. Luego, realiza su boceto (o toma una fotografía) teniendo en cuenta que en él sea posible establecer congruencia de ángulos y de segmentos.

Para finalizar, selecciona las “mejores” 7 figuras, de tal forma que haya una por cada tipo de triángulo (se requieren para la tarea).

### ¡Para tener en cuenta!

La clasificación de triángulos se realiza con base en la medida de sus lados o la congruencia de sus ángulos, a saber:

#### Por sus lados:

- Equilátero
- Isósceles
- Escaleno

#### Por sus ángulos:

- Rectángulo
- Acutángulo
- Obtusángulo

## Objetivos

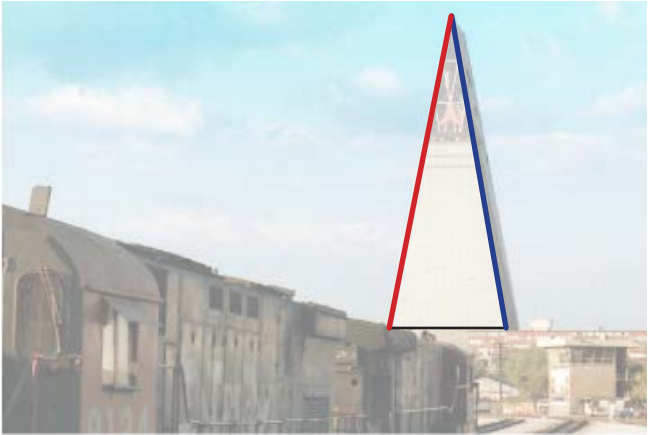


- » Reconocer propiedades que satisfacen ciertos triángulos rectángulos especiales.
  - Identificar las propiedades de los triángulos isósceles.
  - Reconocer el teorema 30-60-90 y sus relaciones de medida.
  - Utilizar el teorema de Pitágoras para realizar mediciones.

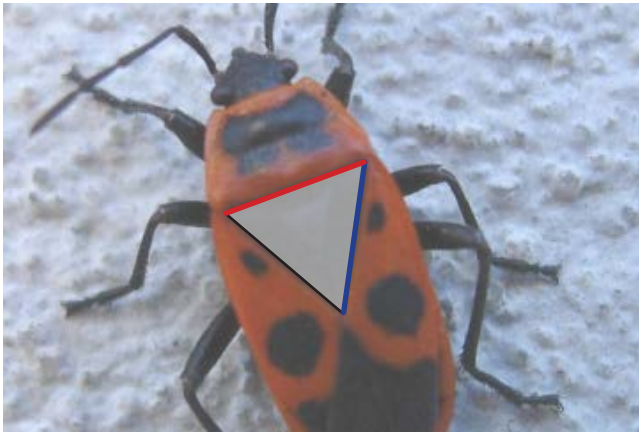
### Actividad 1: Isósceles.

 En las figuras de la tabla y con ayuda de los instrumentos de medición adecuados: regla milimetrada para las longitudes y transportador para los ángulos (o papel calcante para realizar superposición), determina cuáles son los ángulos y segmentos congruentes.

Luego, asigne a cada triángulo el nombre respectivo (equilátero, isósceles acutángulo, isósceles rectángulo o isósceles obtusángulo). Puedes utilizar el espacio a la derecha de cada imagen para tus apuntes.

### Triángulos Isósceles.




Para finalizar, completa la siguiente afirmación:

### Afirmación

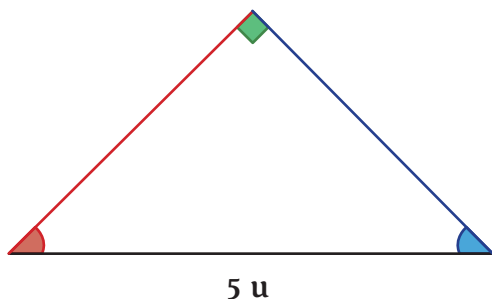
“Si dos \_\_\_\_\_ de un triángulo son congruentes, entonces los \_\_\_\_\_ opuestos a esos \_\_\_\_\_ son congruentes.”

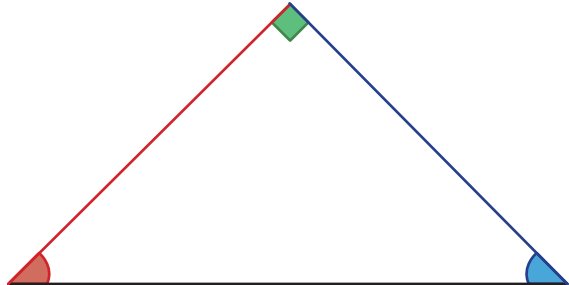
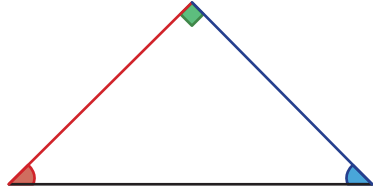
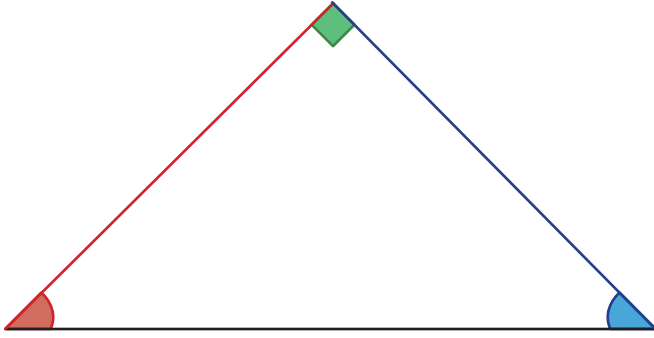
### Actividad 2: Caracterizando triángulos isósceles rectángulos.

 Con ayuda de los instrumentos de medición adecuados: regla milimetrada para las longitudes, transportador para los ángulos, y calculadora para realizar estimaciones y aproximaciones, mide los tres lados (segmentos) y los tres ángulos de cada triángulo que se muestra en la tabla. Luego, responde las preguntas que al final se plantean.

Puedes utilizar el espacio a la derecha de cada imagen para tus apuntes, y para las respuestas a las preguntas, según sea el caso.

### Triángulos Isósceles Rectángulos.



 <p>7.5 u</p>	
 <p>3.5 u</p>	
 <p>8 u</p>	

Preguntas

Respuestas

¿Qué característica identificas en las medidas de los ángulos internos y de los catetos de los triángulos isósceles rectángulos presentados?

Utilizando los valores obtenidos en las mediciones anteriores, (para un mismo triángulo isósceles rectángulo), donde  $l$  es la medida en cm de uno de los catetos y  $h$  la medida en cm de la hipotenusa, completa la tabla que se presenta a la derecha.

Utiliza aproximación por redondeo a décimas de cm.


Luego, estima el valor de  $k$ .

	$l$	$h$	$k = \frac{h}{l}$
--	-----	-----	-------------------

1			
2			
3			
4			

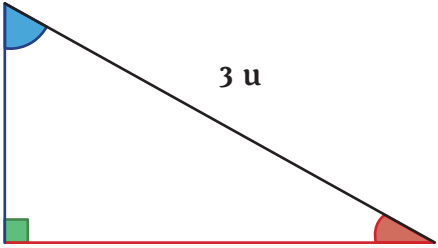
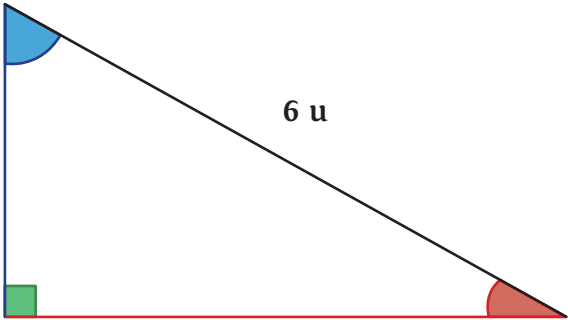
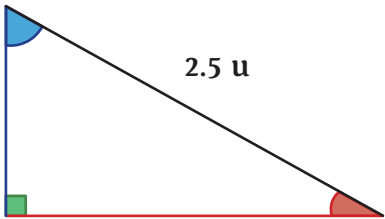
Observando las características existentes entre los catetos y la hipotenusa, ¿qué tipo de relación existe entre los tres lados, para una asignación de un valor “ $x$ ” real positivo para uno de los catetos?

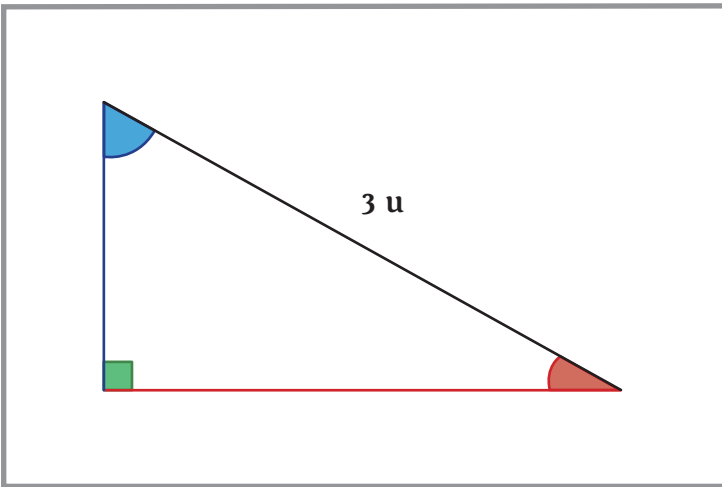
### Actividad 3: Caracterizando triángulos $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ .

 Con ayuda de los instrumentos de medición adecuados: regla milimetrada para las longitudes, transportador para los ángulos, y calculadora para realizar estimaciones y aproximaciones, mide los tres lados (segmentos) y los tres ángulos de cada triángulo que se muestra en la tabla. Luego, responde las preguntas que al final se plantean.

Puedes utilizar el espacio a la derecha de cada imagen para tus apuntes, y para las respuestas a las preguntas, según sea el caso.

#### Ángulos escalenos rectángulos ( $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ )



**Preguntas**

¿Qué característica identificas en las magnitudes de los ángulos internos de los triángulos rectángulos presentados?

Utilizando los valores obtenidos en las mediciones anteriores, (para un mismo triángulo  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ), donde  $l$  es la medida en cm del cateto de menor longitud,  $L$  es la medida en cm del cateto de mayor longitud y  $h$  la medida en cm de la hipotenusa, completa la tabla que se presenta a la derecha.

Utiliza aproximación por redondeo a décimas de cm.

Luego, estima el valor de  $k$  y de  $m$ .

Observando las características existentes entre el cateto menor, el cateto mayor y la hipotenusa, ¿qué tipo de relación existe entre los tres lados para una asignación de un valor "x" real positivo para el cateto menor?

**Respuestas**

---



---



---



---

	$l$	$h$	$k = \frac{h}{l}$	$m = \frac{2L}{l}$
1				
2				
3				
4				

### Actividad 4: Hipotenusa, el mayor.

Con ayuda de los instrumentos de medición adecuados: regla milimetrada para las longitudes, transportador para los ángulos, y calculadora para realizar estimaciones y aproximaciones, realiza las mediciones y cálculos pertinentes para completar la información que se requiere en las tablas: ángulos, lados y áreas. Luego, verifica si se cumple la correspondencia entre las áreas de los polígonos, tal y como lo describe el teorema de Pitágoras.

Puedes utilizar el espacio a la derecha de cada imagen para tus apuntes.

#### Teorema de Pitágoras.

	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Ángulos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Lados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>b</math></td> <td><math>a</math></td> <td><math>c</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Áreas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>A_b</math></td> <td><math>A_a</math></td> <td><math>A_c</math></td> </tr> </tbody> </table>	Ángulos		$\alpha$	$\beta$	Lados			$b$	$a$	$c$	Áreas			$A_b$	$A_a$	$A_c$	
Ángulos																		
$\alpha$	$\beta$																	
Lados																		
$b$	$a$	$c$																
Áreas																		
$A_b$	$A_a$	$A_c$																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Ángulos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Lados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>b</math></td> <td><math>a</math></td> <td><math>c</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Áreas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>A_b</math></td> <td><math>A_a</math></td> <td><math>A_c</math></td> </tr> </tbody> </table>	Ángulos		$\alpha$	$\beta$	Lados			$b$	$a$	$c$	Áreas			$A_b$	$A_a$	$A_c$	
Ángulos																		
$\alpha$	$\beta$																	
Lados																		
$b$	$a$	$c$																
Áreas																		
$A_b$	$A_a$	$A_c$																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Ángulos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Lados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>b</math></td> <td><math>a</math></td> <td><math>c</math></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Áreas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>A_b</math></td> <td><math>A_a</math></td> <td><math>A_c</math></td> </tr> </tbody> </table>	Ángulos		$\alpha$	$\beta$	Lados			$b$	$a$	$c$	Áreas			$A_b$	$A_a$	$A_c$	
Ángulos																		
$\alpha$	$\beta$																	
Lados																		
$b$	$a$	$c$																
Áreas																		
$A_b$	$A_a$	$A_c$																



## Actividad 5: Solucionando triángulos.

 Lee atentamente la situación problema e incluye en su solución todos y cada uno de los procesos requeridos. Puedes utilizar la columna de la derecha (solución) para tus apuntes.

Determina el área de un triángulo isósceles cuyos lados congruentes miden 14 cm y su base 22 cm.

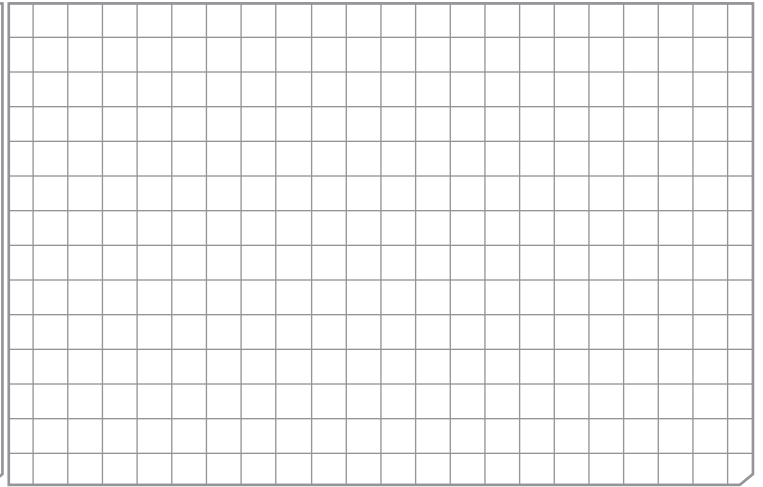
Un árbol de  $\frac{152}{3}$  m de altura, proyecta una sombra de  $\sqrt{3.700}$  m de largo.

Encontrar la distancia que hay desde la parte superior del árbol hasta donde llega la sombra en ese momento.

Calcule la altura del tejado de una casa de la que se conoce su ancho  $\sqrt{140}$  m, y la longitud de una de las vertientes del tejado 15 m.

Un ingeniero desea saber si dos paredes consecutivas forman un ángulo recto. Para tal fin mide un metro sobre cada pared a la misma altura. Finalmente, mide la diagonal.

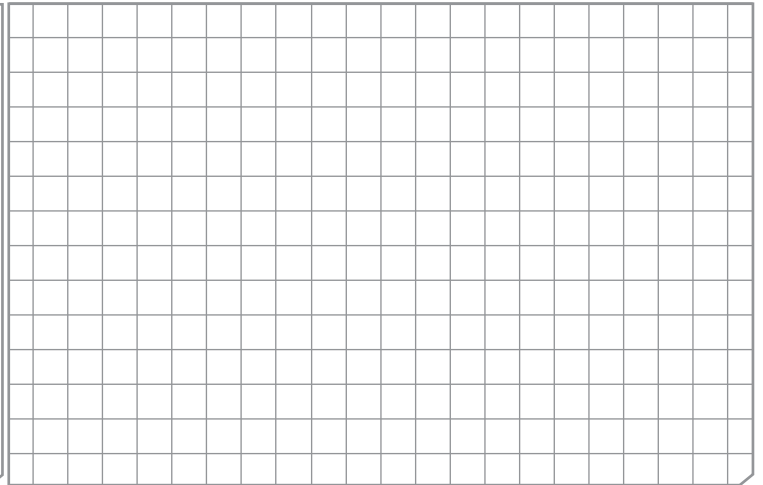
¿Cuál debe ser aproximadamente la diagonal para poder asegurar que las paredes si forman un ángulo de  $90^\circ$ ?



Una escalera de 10 m de longitud, como la que utilizan los bomberos, se ha fijado en un punto de la calle entre dos edificaciones.

Si se apoya sobre una de las fachadas forma un ángulo de  $45^\circ$  con el suelo, y si se apoya sobre la otra fachada forma un ángulo de  $30^\circ$ .

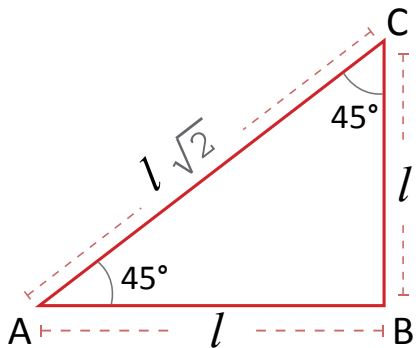
Halla el ancho de la calle.



**Resumen**

Completa los enunciados para cada propiedad: propiedades de los triángulos isósceles y propiedades de los triángulos 30° - 60° - 90°.

**Propiedades de los triángulos Isósceles.**



Dado el triángulo rectángulo isósceles  $\triangle ABC$  se tiene que:

Por ser triángulo isósceles: “dos de sus lados son congruentes, y por tanto los ángulos opuestos a esos lados son congruentes”

$\overline{AB} \cong \overline{BC}$  Lados congruentes  
 $\angle A \cong \angle C$  Ángulos congruentes

Por ser triángulo rectángulo isósceles, puede establecerse una relación entre las medidas de sus lados a saber:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

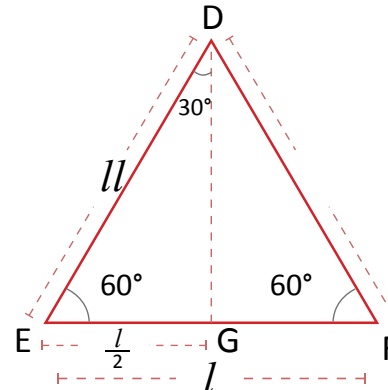
$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 2 \overline{BC}^2$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{2\overline{BC}^2}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{2} \cdot \overline{BC}$$

**Propiedades de los triángulos 30° - 60° - 90°.**



Al triángulo equilátero  $\triangle DEF$  de lado  $l$ , puede calcularse la altura utilizando el teorema de Pitágoras, es decir:

$$\overline{ED}^2 = \overline{DG}^2 + \overline{EG}^2$$

$$\overline{DG}^2 = \overline{ED}^2 - \overline{EG}^2$$

$$\overline{DG}^2 = \overline{ED}^2 - \left(\frac{\overline{ED}}{2}\right)^2$$

$$\overline{DG}^2 = \overline{ED}^2 - \frac{\overline{ED}^2}{4}$$

$$\overline{DG}^2 = \frac{3\overline{ED}^2}{4}$$

$$|\overline{DG}| = \sqrt{\frac{3\overline{ED}^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \overline{ED}$$

De lo anterior, en el triángulo rectángulo  $\triangle DEF$  (30° - 60° - 90°), puede establecerse una relación entre las medidas de sus lados, a saber:

---

---

---

---

---

---

---

---

## Tarea

Desarrolla los siguientes puntos:

1. Con las figuras seleccionadas en la actividad No 1, los estudiantes elaboran una cartelera y la socializan con la comunidad educativa. Es necesario resaltar las características de cada uno de los triángulos.
2. Los estudiantes recolectan imágenes (fotografías o dibujos) de objetos con forma de triángulo rectángulo. Luego, con una sola medición, bien sea de un cateto, o hipotenusa o de un ángulo agudo, verifican cuáles de ellos son isósceles o escalenos  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ . Finalmente, y sin medir nuevamente, completan las medidas de los tres lados y los tres ángulos.
3. Los estudiantes construyen sobre los lados de un triángulo pitagórico de segmentos 3, 4 y 5 unidades, hexágonos regulares. Luego, calcula el área de cada hexágono y verifica si se cumple la siguiente igualdad: *“el área del hexágono que se construye sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los hexágonos que se construyen sobre los catetos”*.

