Grado 10

Matematicas - Unidad 3

¡Un mundo de relaciones a partir del triángulo!

Tema

Resolución de problemas que involucren la utilización de triángulos oblicuos

Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

Introducción

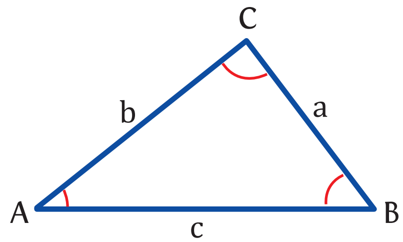
La matemática, y sus ramas de desarrollo como la trigonometría han sido un foco de desarrollo a las necesidades humanas, en las que se han creado teorías y conceptos, que abarcan cualquier actividad humana, en las siguientes líneas encontrará las aplicaciones de los teoremas del seno y coseno.

Actividad Introductoria: Pitágoras, Tales y los triángulos

Después de observar el video, en conjunto con tu profesor y compañeros de clase, ten en cuenta la siguiente información, te servirá para los desarrollos subsiguientes:

Triángulos oblicuángulos

La característica determinante de un triángulo oblicuángulo es que ninguno de sus ángulos es recto, en este sentido, puede reflexionar sobre la clasificación básica de los triángulos, equilátera, isósceles y escaleno, teniendo como premisa en qué casos particulares de éstos podría no existir un triángulo oblicuángulo.
Ejemplo: caso particular de cuyo triángulo isósceles que tiene un ángulo de 90° y los otros dos de 45°.

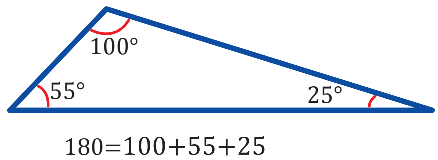


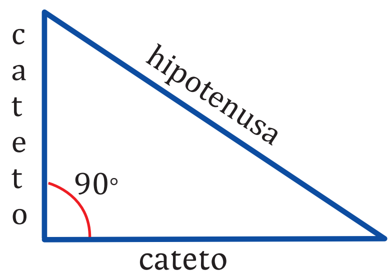
Objetivos de aprendizaje

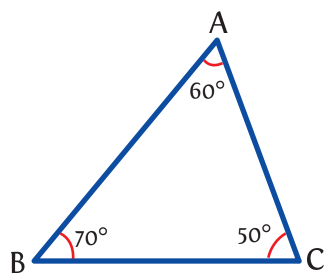
- » Establecer estrategias para resolver problemas que involucran triángulos oblicuos.
- » Encontrar los valores de los lados y los ángulos de un triángulo oblicuángulo utilizando las leyes para el seno y el coseno.

Actividad 1: Reconocimiento del teorema del seno y del coseno

Escribe si los triángulos son rectos u oblicuos, según las imágenes.

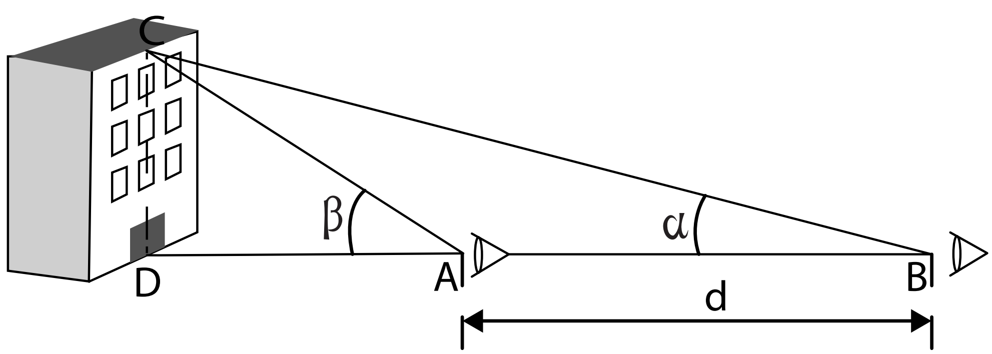






Sigue los siguientes pasos para resolver los ejercicios planteados, luego te darás cuenta de las condiciones y características para resolverlos.

1. Calcula la altura del edificio de la figura si $\alpha = 15$, $\beta = 20$ y $d = 10\ m$



a. Identificar la variable.

b. Buscar una expresión que logre involucrar esa variable.

Recuerde: En este caso usamos la razón trigonométrica de seno que es cateto opuesto sobre hipotenusa.

c. Despejar la variable que necesitamos encontrar.

d. Aplicamos el teorema del SENO

$$\frac{b}{sen\ \widehat{B}} = \frac{c}{sen\ \widehat{C}}$$

e. Despejamos el valor de b

g. Encontremos el resultado.

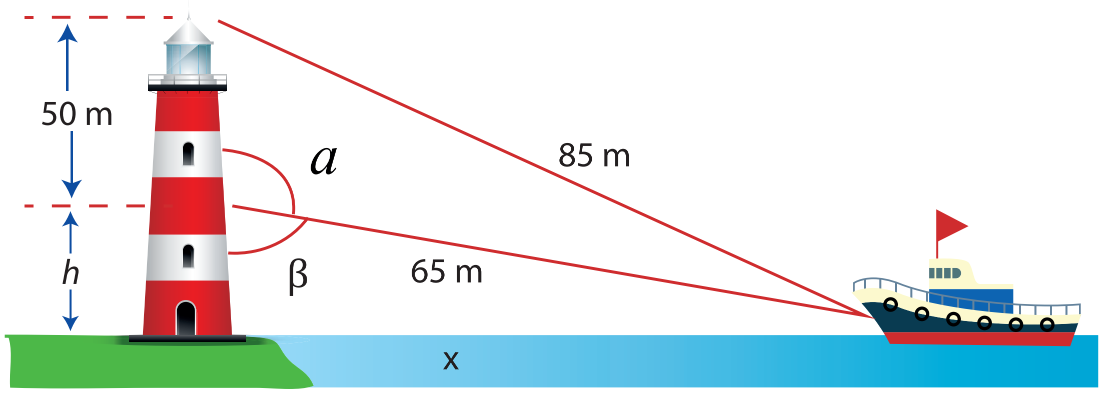
h. Aplicar la ecuación para encontrar la altura.

i. Despejemos los valores conocidos.

j. Encontremos el resultado

POR LO TANTO EL TEOREMA DEL SENO ESTA DETERMINADO POR	$\dfrac{a}{senA} = \dfrac{b}{SenB} = \dfrac{c}{senC}$

2. Hallar la altura h del promontorio.



a. Identificar la variable.

b. Buscar una expresión que logre involucrar esa variable

Recuerda: En este caso usamos la razón trigonométrica de coseno que es cateto adyacente sobre hipotenusa.

c. Despejar la variable que necesitamos encontrar.

d. Aplicamos el teorema del COSENO

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

e. Despejamos el $\cos \hat{C}$

$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

f. Reemplacemos para este caso particular

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

g. Reemplazamos los datos que conocemos.

h. Encontremos el valor de a

i. Encontremos el valor de β sabiendo que el ángulo que forman con a mide 180 grados

j. Encontrando el valor de β

k. Recordemos la ecuación que determina la respuesta de la altura.

l. Encontrando el valor de h.

POR LO TANTO EL TEOREMA DEL COSENO ESTA DETERMINADO POR	$a^2= b^2+c^2-2bc \cdot \cos A$ $b^2= a^2+c^2-2ac \cdot \cos B$ $c^2= a^2+b^2-2ab \cdot \cos C$

Actividad 2: Los triángulos oblicuángulos

Aprende a distinguir el uso de los teoremas, según la necesidad del contexto.

- ¿Qué datos son necesarios para aplicar el teorema del seno?
  Se aplica en los siguientes casos:

1. Cuando conocemos dos ángulos y cualquier lado.
2. Cuando conocemos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.)

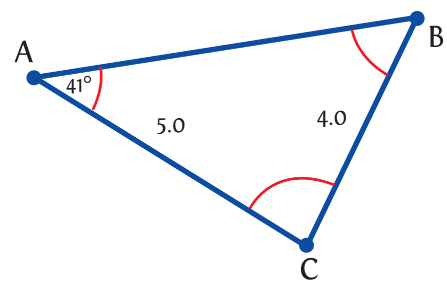
- ¿Qué datos son necesarios para aplicar el teorema del coseno?
  Se aplica en los siguientes casos:

1. Cuando conocemos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.
2. Cuando conocemos sus tres lados.

Responde asertivamente a las siguientes situaciones:

Situación 1

Dado el siguiente triángulo, indaga qué teorema necesitamos para hallar todos los datos faltantes.



Responde las siguientes preguntas y explica tu respuesta:

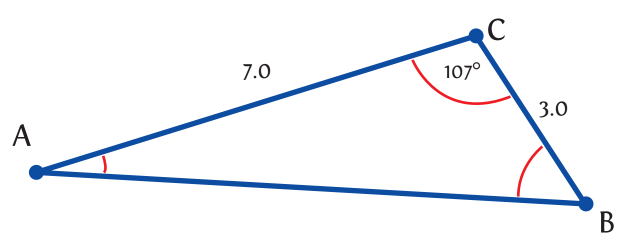
1. ¿Es un triángulo oblicuángulo?

2. ¿Para solucionarlo es necesario usar el teorema del coseno?

3. ¿Para solucionarlo son necesarios más datos?

Situación 2

Dado el siguiente triángulo, indaga qué teorema necesitamos para hallar todos los datos faltantes.



Responde las siguientes preguntas y explica tu respuesta:

1. ¿Es un triángulo oblicuángulo?

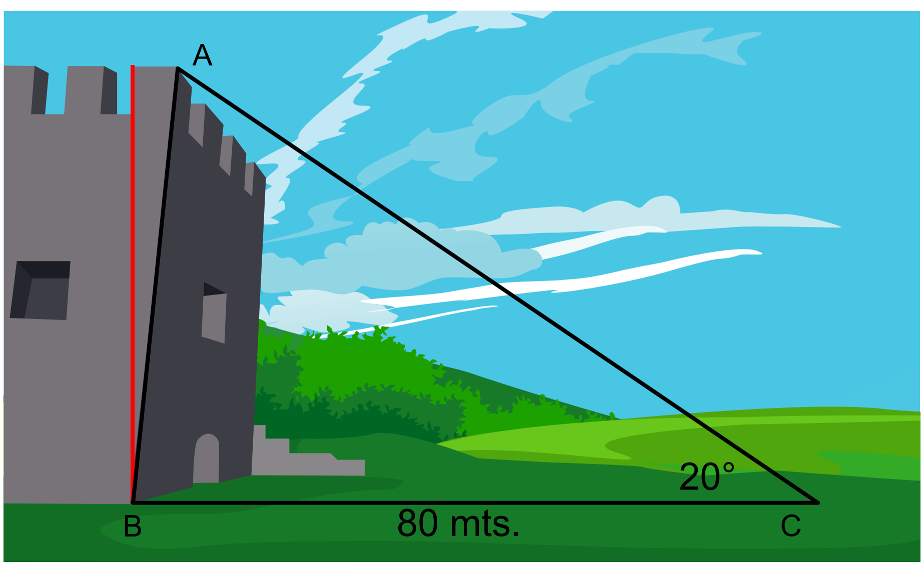
2. ¿Para solucionarlo es necesario usar el teorema del coseno?

3. ¿Para solucionarlo son necesarios más datos?

Situación 3

Dada la siguiente situación, señala los datos que se pueden extraer para completar el modelo geométrico.

"Una torre está inclinada 15° con respecto a la vertical, el sol emite una sombra de 80 metros sobre el suelo, cuando el ángulo de elevación del sol es 20°. Si debes hallar la distancia del piso a la parte superior del muro ¿Qué teoremas usas?"



Responde las siguientes preguntas y explica tu respuesta:

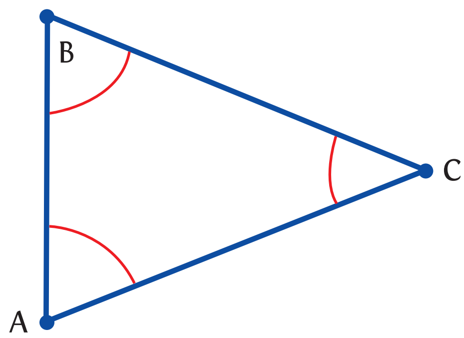
1. ¿Para solucionarlo es necesario usar el teorema del coseno?

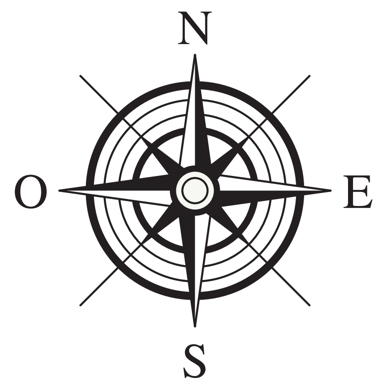
2. ¿Para solucionarlo son necesarios más datos?

3. ¿Puedo utilizar cualquier teorema (seno y coseno) para solucionarlo?

Situación 4

Dada la siguiente situación y su respectivo modelo geométrico, extrae los datos y complétalo.





1. ¿Para solucionarlo es necesario usar el teorema del seno?

2. ¿Para solucionarlo son necesarios más datos?

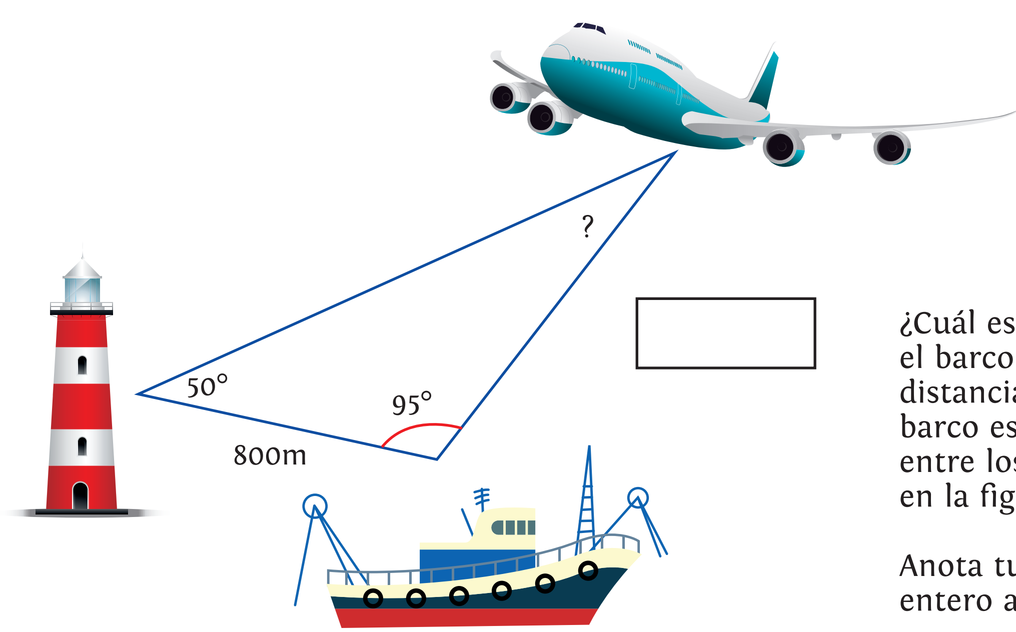
3. ¿Puedo utilizar cualquier teorema (seno y coseno) para solucionarlo?

Actividad 3: El mundo, un modelo geométrico

Retomando el video conceptos iniciales y las explicaciones realizadas, trabaja en grupo y dar solución a los siguientes ejercicios.

Situación 1

Resuelve la siguiente situación:



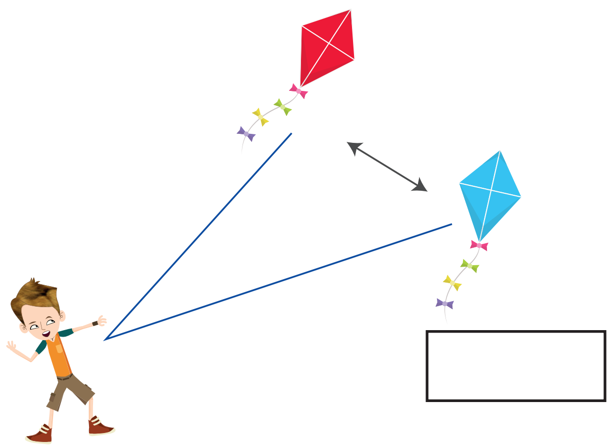
¿Cuál es la distancia entre el barco y el avión?, si la distancia entre el faro y el barco es 800m, y los ángulos entre los objetos se detallan en la figura.

Anota tu respuesta en el valor entero aproximado (en metros).

Solución propuesta :

Situación 2

Ayuda al niño a saber la distancia entre las dos cometas:



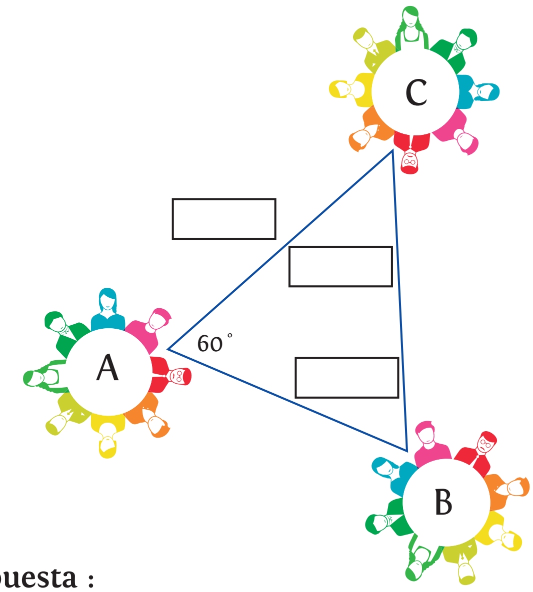
Un niño eleva dos comentas simultáneamente como se muestra en la figura, la pita usada en la cometa roja es 200m y la cometa azul 250m, el ángulo formado entre las dos cometas es de 30°. Halla la distancia entre las dos cometas.

Anota tu respuesta en el valor entero aproximado (en metros).

Solución propuesta :

Situación 3

Ayuda al conductor a encontrar la distancia entre los pueblos:



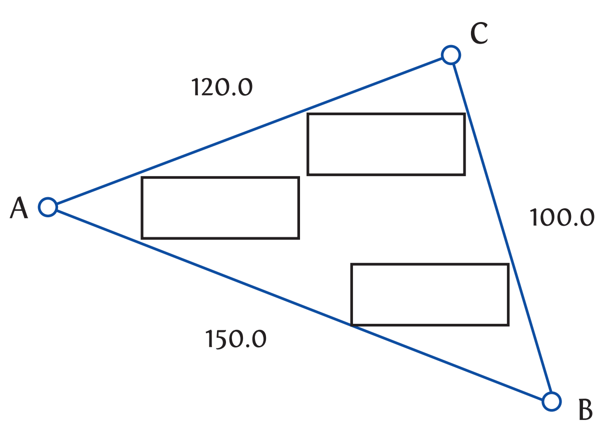
Tres pueblos Sanfrandsco (A), La Vega (B) y Tobia (C) están unidos por carreteras rectas, la distancia entre el pueblo A y B es de 12km, y la que hay entre B y C es 18km. Si el ángulo formado por las carreteras entre A-B y A-C, es de 60°, halla la distancia entre los pueblos A y C. Cuando halles los ángulos, ten en cuenta de dar su valor entero aproximado

Anota tu respuesta en el valor entero aproximado (en kilómetros).

Solución propuesta :

Situación 4

Halla los ángulos de la plazoleta triangular:



En una plazoleta de forma triangular, los lados miden 120m, 150m y 100m.

¿Quéángulos se forman en las esquinas de la misma?

Solución propuesta :

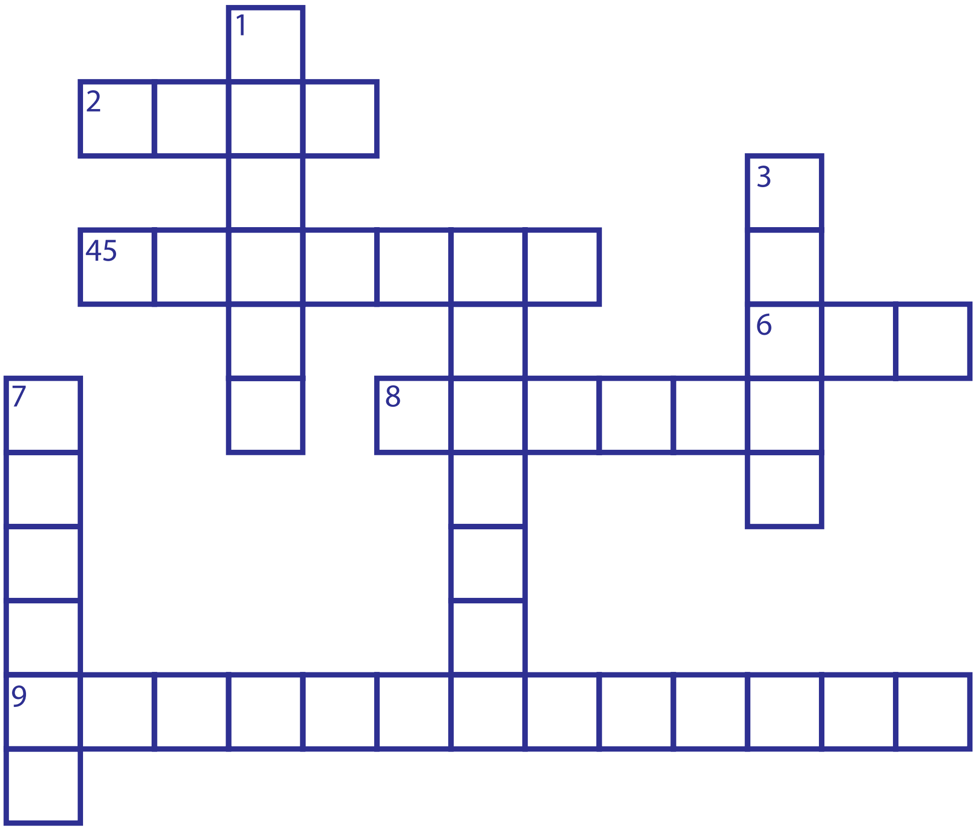
Resumen

Resuelve el siguiente crucigrama teniendo en cuenta las siguientes instrucciones:

- Utilice las palabras que hacen falta en las frases para completar el crucigrama, tenga en cuenta la orientación para desarrollarlo.
- La referencia usada es h: horizontal y v: vertical, se tiene en cuenta un dato ordenado (número, posición) ejemplo (5, v), que quiere decir que la palabra es la repuestas del quinto ítem y debe ir en posición vertical.

Sección de frases:

- El teorema del ____(2,h) y ______(3,h) sirven para solucionar actividades relacionadas con triángulos _____________(9,h).
- Los triángulos oblicuángulos se caracterizan por no tener ángulos ______ (7,v).
- El teorema del coseno se puede aplicar en situaciones donde conocemos dos _____ (3,v) y el ______(1,v) comprendido entre ellos.
- El _______(5,v) del seno se puede aplicar en situaciones donde conocemos dos(6,h) lados y el ángulo _______(4,h) a uno de ellos.



Tarea

Se propone que para la próxima clase, el siguiente ejercicio.

Con el fin de dar cuenta de los conocimientos adquiridos, cada uno debe inventar una situación de aplicación de cada teorema, con las condiciones que deseen considerar.

Espacio para realizar el modelo geométrico de su propuesta.