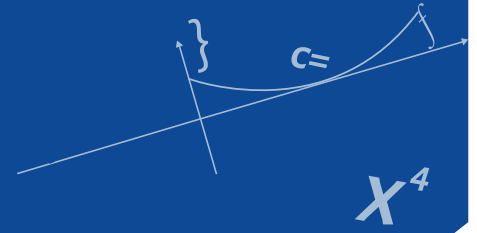


Descripción de la parábola



Nombre: _____ Curso: _____

Introducción

En la vida cotidiana es muy usual observar como elementos matemáticos hacen parte de nuestro diario vivir. Rectángulos, cuadrados, triángulos y demás elementos geométricos son del diario vivir para un arquitecto o un diseñador, por ejemplo; pero estos elementos no son los únicos que utilizan, a continuación estudiaremos uno de esos objetos que se destacan por su función en la cotidianidad de ellos, y por lo común que es verlos en algunas de las muchas hermosas construcciones de nuestra historia.

Actividad Introdutoria

Rebeca y Jason son dos apasionados por el arte, quieren a futuro estudiar arquitectura. Dentro de una de sus conversaciones, al dirigirse a sus casas, empiezan a hablar de diferentes obras arquitectónicas que consideran hermosas, encontrando que en todas ellas se usa la parábola, o una curva similar a esta, como herramienta para dar belleza a las construcciones y además dar un fin práctico. Entre las obras arquitectónicas que se muestran están estas:



1. Luego de ver estas imágenes y tener algo de idea de la forma de una parábola, responde.

a. ¿Qué piensas de estas y su uso?

Actividad 1: Construcción de la parábola



1. Para la construcción de una parábola necesitaremos.

- Compas
- Regla
- Hoja blanca
- Lápiz

... y muchas ganas, ¿ya tienes todo?

Ahora que ya tienes todo empecemos

Paso 1: En el espacio en blanco de la hoja anterior traza una recta con ayuda de tu regla y un punto fuera de ella, a la recta la llamaremos d y al punto externo F .

Paso 2: Traza una perpendicular a d que pase por F , la llamaremos e , al punto de corte entre d y e lo llamaremos C .

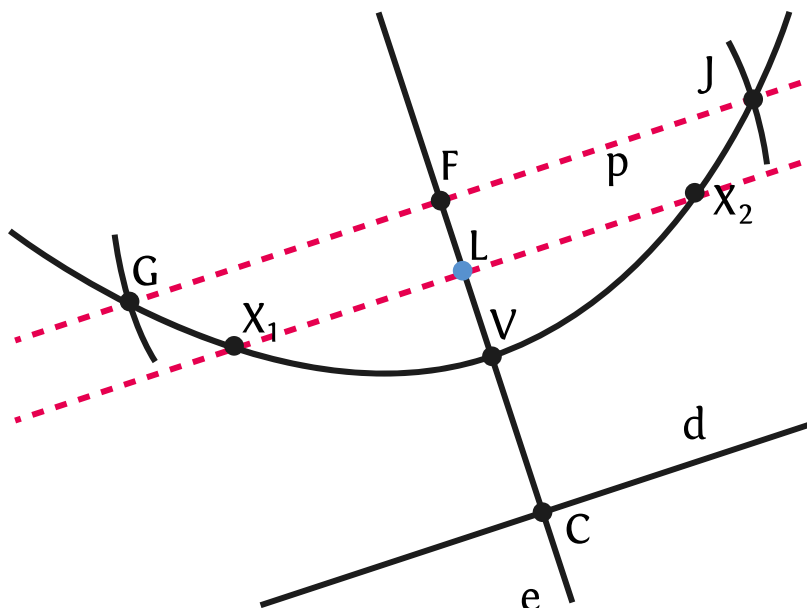
Paso 3: Halla el punto medio del segmento \overline{FC} , ha este punto lo llamaremos V , este es nuestro primero punto de la parábola.

Paso 4: Traza una paralela a d por F y nómbrala p .

Paso 5: Con centro en F y radio \overline{FC} traza los dos arcos que cortan a la recta p , a los puntos de corte llámalos G y J , los puntos G, J y V harán parte de nuestra parábola, es hora de crear mas puntos

Paso 6: Elije un punto cualquiera (L) en \overline{CF} , traza por este punto una paralela a d y con centro F y radio CL traza dos arcos que corten a la paralela que acabas de trazar, a estos dos nuevos puntos márcalos, estos serán dos nuevos puntos de tu parábola.

Paso 7: Repite el procedimiento del paso 7 cuantas veces creas necesario, por último une los puntos que hacen parte de tu parábola obteniendo algo parecido a lo que se muestra a continuación.

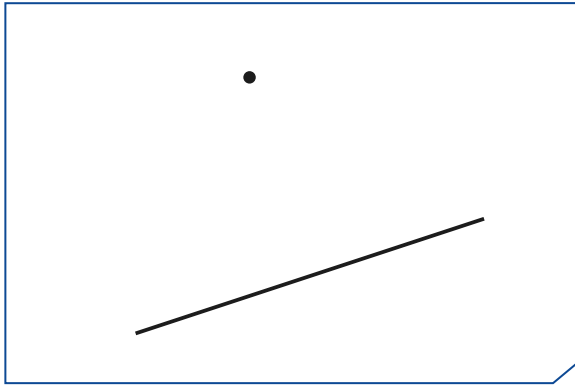


Actividad 2: Identifiquemos sus elementos.

1. Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta lo realizado en la actividad 1.

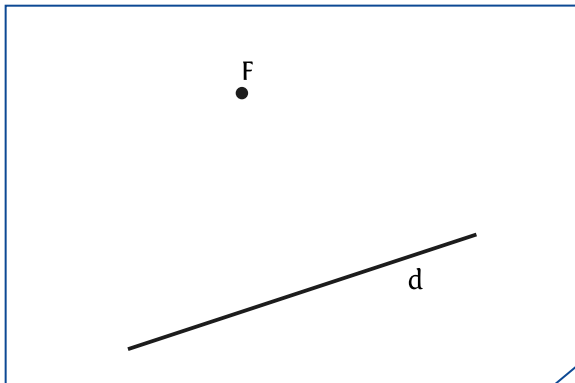
Para responder las siguientes preguntas se te mostrará el paso a paso de la construcción que realizaste en la actividad anterior.

Paso 1



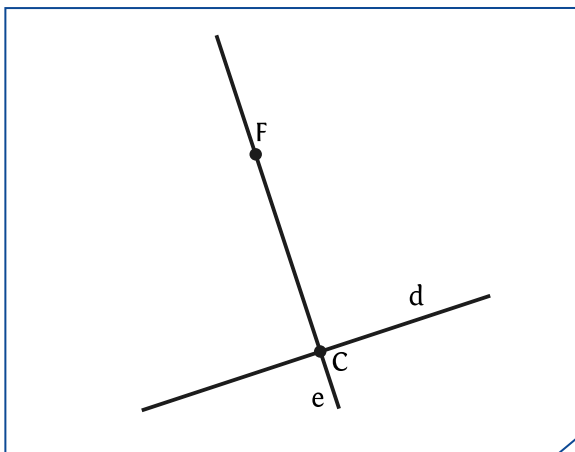
Traza una recta con ayuda de tu regla y un punto fuera de ella.

Paso 2



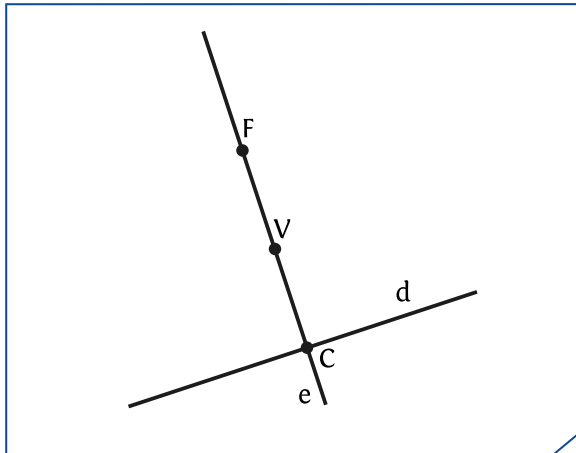
A la recta la llamaremos d y al punto externo F .

Paso 3



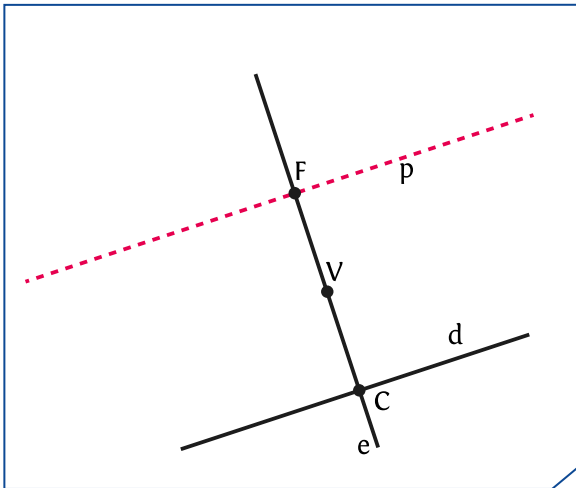
Traza una perpendicular a d que pase por F , la llamaremos e , al punto de corte entre d y e lo llamaremos C .

Paso 4



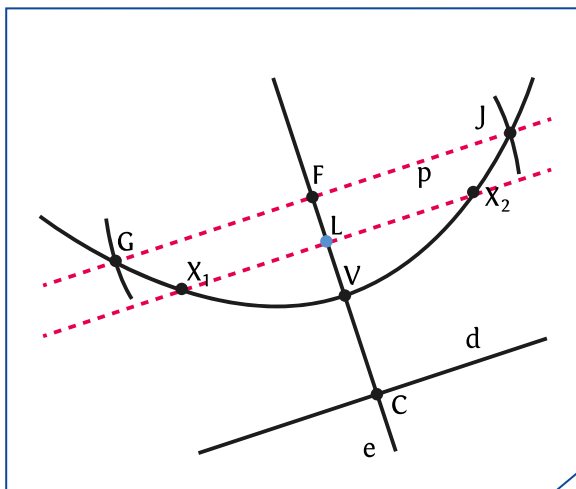
Halla el punto medio del segmento \overline{FC} , a este punto lo llamaremos V.

Paso 5



Traza una paralela a d por F y nómbrala p.

Paso 6



Con centro en F y radio \overline{FC} traza los dos arcos que cortan a la recta p, a los puntos de corte llámalos G y J.

Los puntos G, J y V harán parte de nuestra parábola, es hora de, crear mas puntos.

Elije un punto cualquiera (L) en \overrightarrow{DF} , traza por este punto una paralela a d y con centro F y radio CL Traza dos arcos que corten a la paralela que acabas de trazar, a estos dos nuevos puntos márcalos, estos serán dos nuevos puntos de tu parábola.

Repite el procedimiento anterior cuantas veces creas necesario, por último une los puntos que hacen parte de tu parábola obteniendo algo parecido a lo que se muestra.

a. ¿Cuál o cuáles elementos dan inicio a la construcción?

b. ¿Qué es una parábola?, para definirla, solo utiliza los elementos que hasta ahora conoces.

c. ¿Qué otros elementos, que consideres tienen relevancia, se crearon en la construcción

d. ¿Qué medida tiene el segmento delimitado por los puntos G, J en la construcción?



Ya conocemos los siguientes elementos de una parábola: vértice, eje focal o eje simétrico, foco, directriz y lado recto.

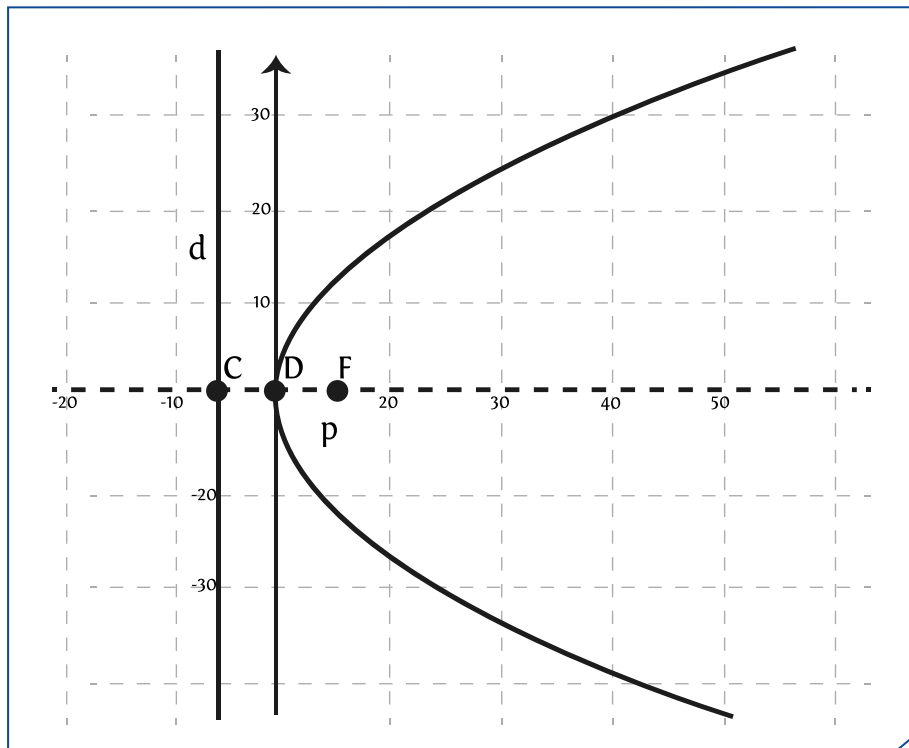
Además ya sabemos que una parábola se define como todos los puntos que equidistan (tienen la misma distancia) del foco a la directriz.

Es hora de conocer otro tipo de elementos de la parábola.

Actividad 3: Ecuación de la parábola y su gráfica.

1. Observa atentamente la manera en como plantean la ecuación para una parábola con vértice $(0,0)$ y que abre al lado derecho.

llamaremos p a la distancia que hay entre el vértice y el foco, es fácil observar que esta distancia es la misma que hay entre el vértice y la directriz, debido a la definición de parábola.



Con ayuda de la gráfica y lo mencionado anteriormente, obtenemos que:

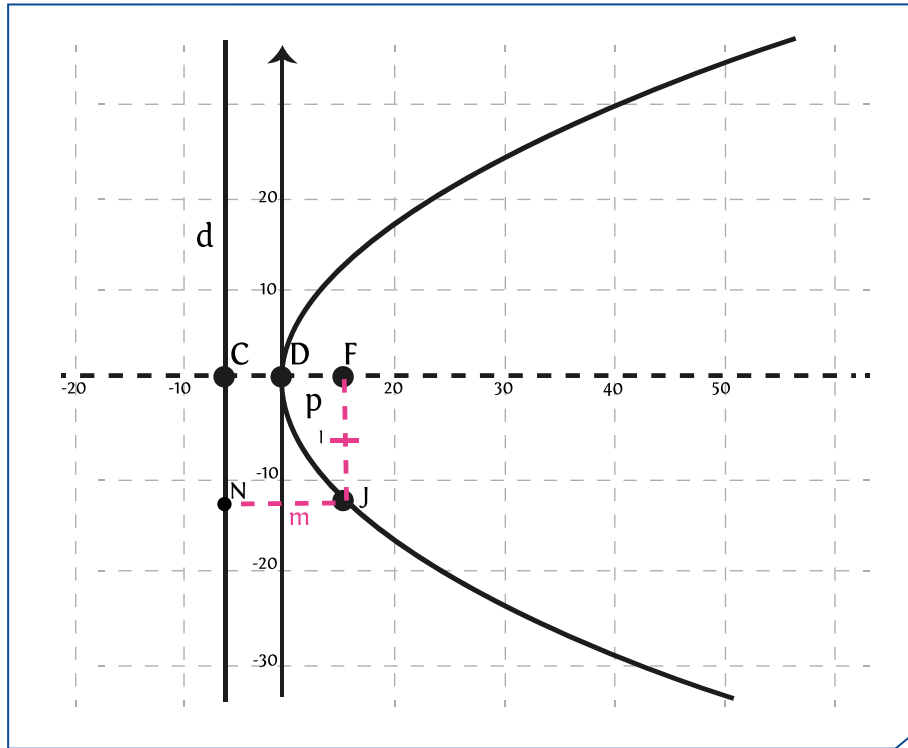
Directriz se define como $x = -p$

Foco $(p,0)$

Vértice $(0,0)$

Con estos datos y utilizando la definición de la parábola podremos plantear una ecuación que determine la parábola.

Se tomará un punto cualquiera de la parábola, al que llamaremos J , este punto tendrá unas coordenadas (x,y) además este punto cumplirá que la distancia de él a la directriz será la misma que la distancia de él al foco.



Tomando la definición de parábola sabemos que:

distancia desde la directriz a J = distancia desde J a F

de aquí se concluye por teorema de Pitágoras que:

$$\sqrt{(x + p)^2} = \sqrt{(x + p)^2 + (y - 0)^2}$$

Con esta nueva ecuación es fácil observar que cuando el vértice de la parábola está en $(0,0)$ y esta abre hacia el lado derecho, nuestra ecuación para determinar la parábola es:

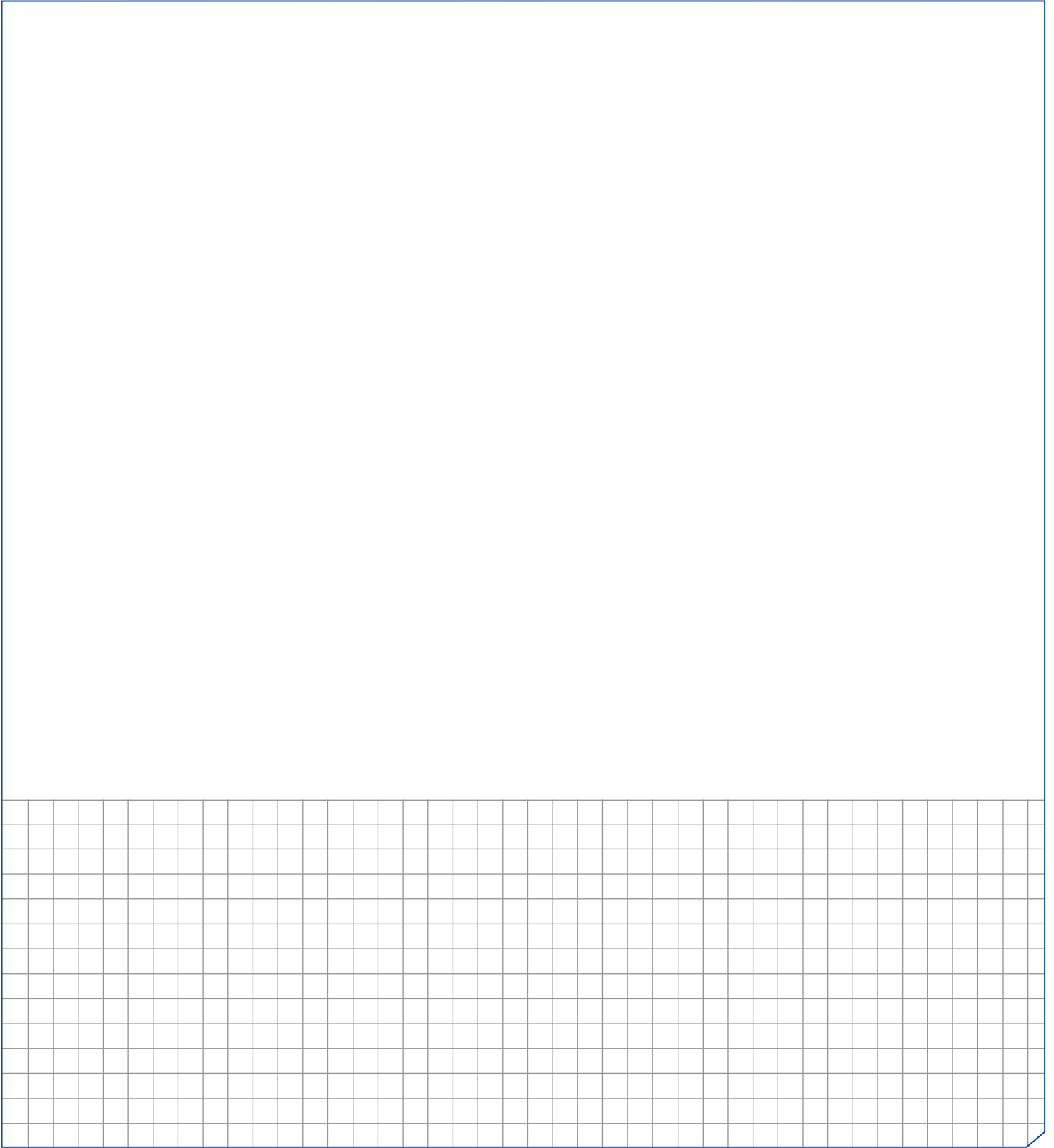
$$4Px = y^2$$



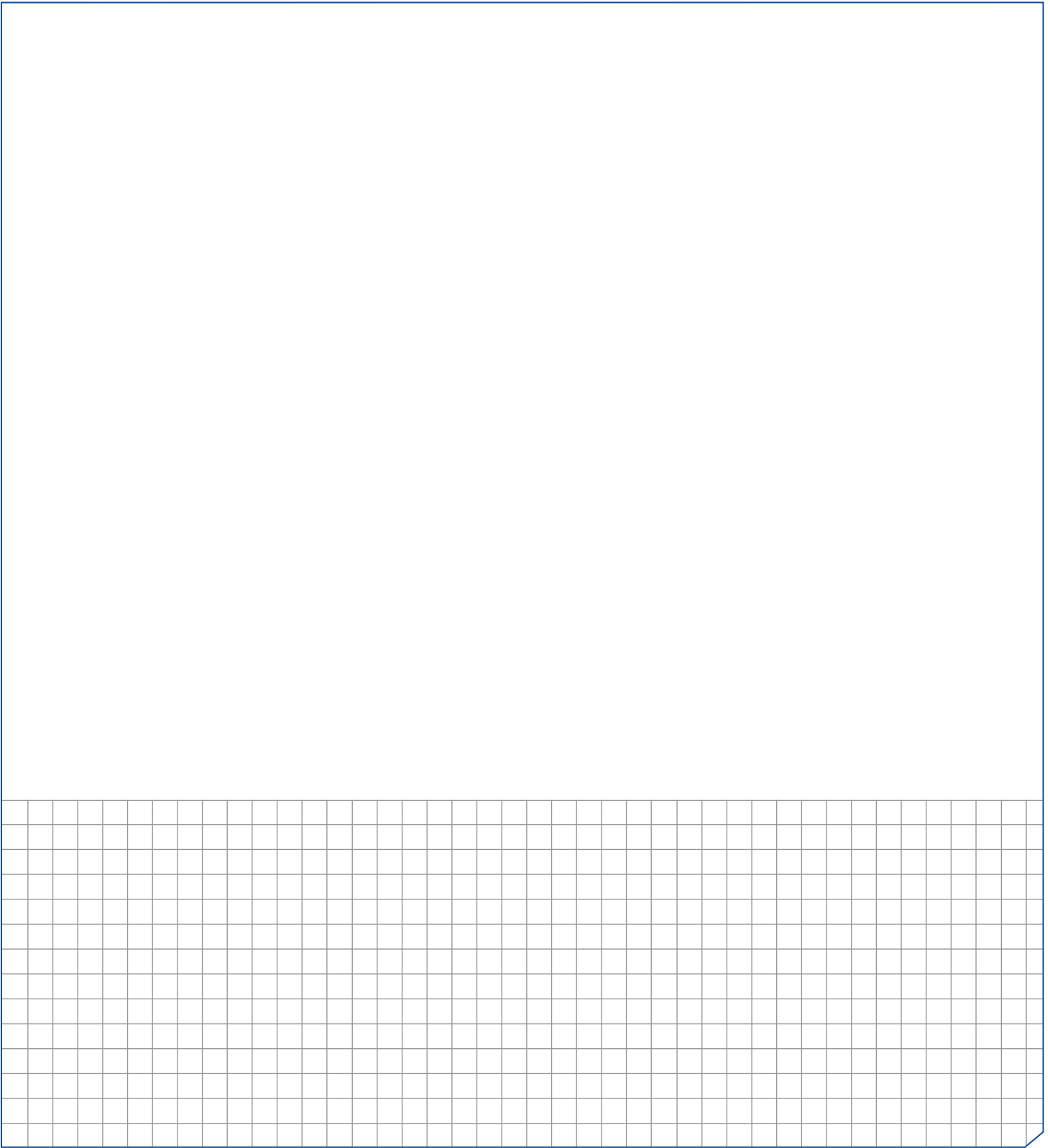
2. Con lo observado y con ayuda de tu profesor soluciona los siguientes puntos.

- a. Grafica una parábola cualquiera con vértice (0,0), que abra al lado izquierdo, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.

b. Grafica una parábola cualquiera con vértice (0,0), que abra hacia arriba, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.



c. Grafica una parábola cualquiera con vértice (0,0), que abra hacia abajo, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.




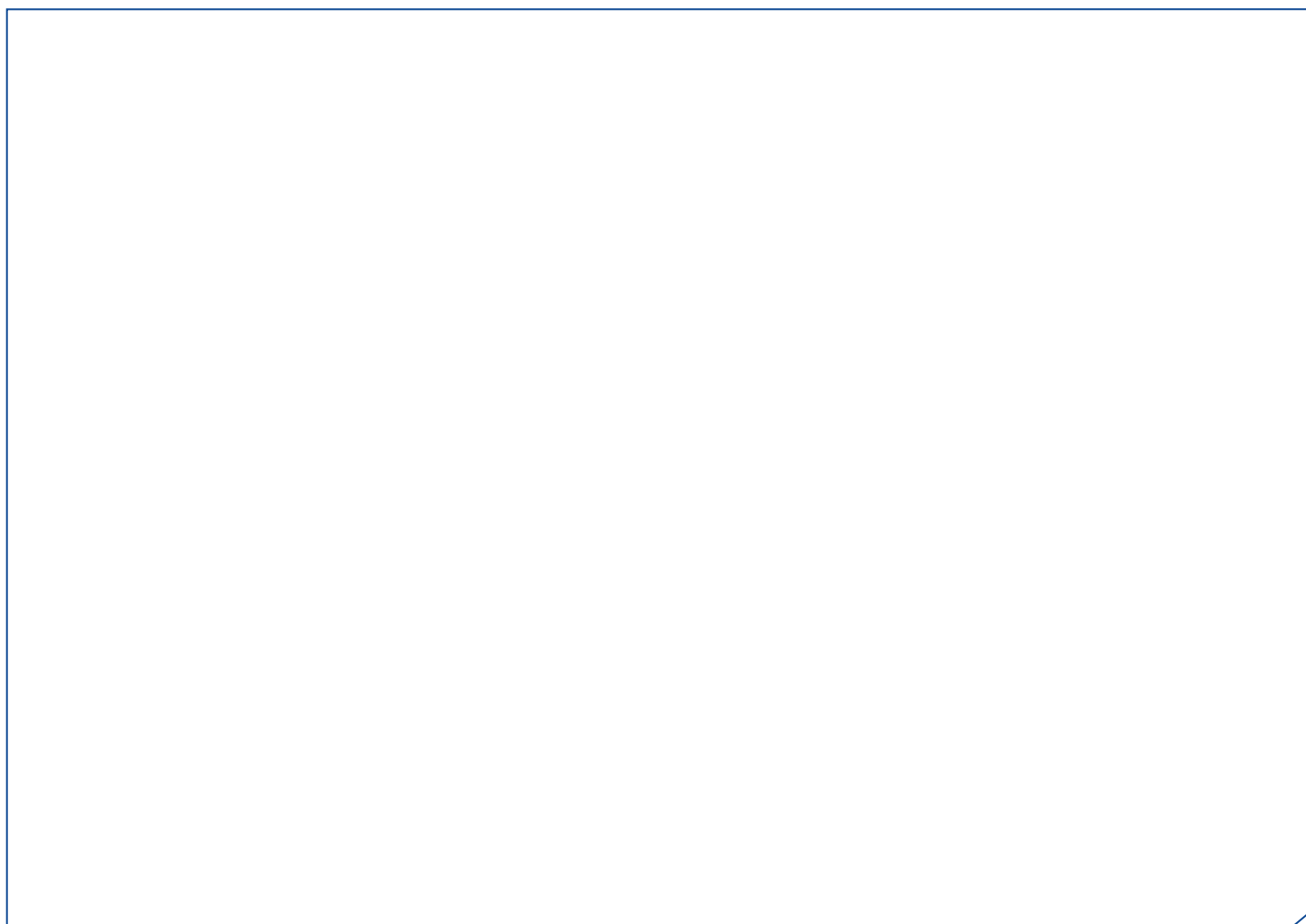
d. ¿Qué observas de parecido en cada ecuación?, ¿Qué tienen de diferente?

e. ¿Qué pasará si traslado el vértice a la coordenada $(0,k)$?, apóyate graficando una parábola con estas nuevas condiciones en los diferentes casos.

f. ¿Qué pasará si traslado el vértice a la coordenada (h,k) ?, apóyate graficando una parábola con estas nuevas condiciones en los diferentes casos.

Actividad 4: En cuanto a la reflexión.

-  1. Dibuja una parábola cualquiera con el método de construcción que se utilizó en la actividad 1, y refleja por uno de los puntos de la parábola un segmento.



-  2. Responde.

a. ¿Qué ocurre?



b. Repite el proceso de reflexión en diferentes puntos de la parábola, ¿ocurre lo mismo que mencionaste en el ítem 1?

c. ¿Por qué crees que pasa esto?

 **Resumen**

¿Para qué sirve la parábola en la vida real?

Se recrea un aula de clase en donde La profe Clara le muestra a los estudiantes algunas de las tantas aplicaciones que tiene la parábola, muestra como es necesario conocer la parábola para construir satélites y la importancia que tiene la reflexión de la parábola para el uso de esta en las antenas de televisión, como esta misma propiedad se utiliza también se utiliza en hornos solares; además como sus propiedades contribuyen para poder crear telescopios, linternas, faros y otros elementos.

 **1. De acuerdo a lo anterior y consultando un poco mas acerca de cada una de las aplicaciones anteriores responde.**

a. ¿Qué aplicaciones en la vida real tiene la parábola?

