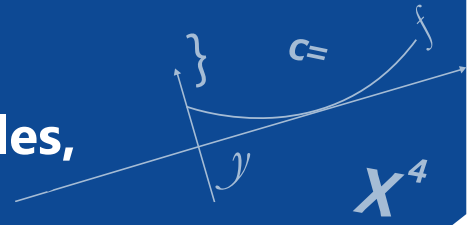


Construcción de los números naturales, enteros y racionales




Nombre: _____ Curso: _____



Introducción

La necesidad de comprender las matemáticas como una ciencia exacta y que está presente en todos los aspectos de la vida cotidiana. Es de vital importancia identificar la presencia de los conjuntos numéricos en los diferentes contextos de la humanidad. Un dominio consiente y competente de estos conceptos le permitirán al educando desenvolverse de manera satisfactoria en las diferentes situaciones de su vida académica, profesional o cotidiana solucionando asertivamente problemáticas de interés social o personal.

Actividad Introdutoria

-  1. Una vez vistos los videos y habiendo reconocido la presencia de los conjuntos numericos en la vida cotidiana, realiza las siguientes consignas y responde las preguntas en el espacio indicado; cuando tu docente te lo indique compártela con tus compañeros:

Forma grupos de maximo 3 integrantes.

- a. De los números 13, $-2/4$, 9, y -17. ¿Cuáles pertenecen a los tres conjuntos numéricos (N, Z, Q)? ¿Por qué?

- b. De los números 13, $-2/4$, $7/2$, y -17 ¿Hay algún número que pertenezca solo a dos de tales conjuntos? Justifique su respuesta.

c. Dados los números 7, -3, $\frac{1}{5}$ determine en cada caso si el número es natural, entero o racional.

d. Establezca una jerarquía en términos de subconjuntos entre los conjuntos de números naturales, enteros y racionales.

e. ¿Existe un primer número natural? Justifica tu respuesta

f. ¿Existe un último número natural? Justifica tu respuesta

Los literales e y f serán abordados con mayor amplitud en la siguiente actividad.

-  2. Escribe en este espacio los objetivos y aprendizajes que esperas obtener en esta clase según lo observado en la actividad introductoria.

Objetivos

- **Construir los números N, Z, Q y algunos I con regla y compás, para determinar su posición en la recta numérica.**
 - » Reconocer el conjunto de los naturales y los enteros, para su construcción con regla y compás.
 - » Reconocer el conjunto de los racionales y su construcción con regla y compás.
- **Compara lo que tú esperas aprender con los objetivos propuestos por tu docente.**

Materiales

Se requiere para el desarrollo efectivo de la clase los siguientes materiales:

- Una hoja de papel o cartulina.
- Regla, compás y escuadra.
- Lápiz, borrador y sacapuntas.

Actividad 1: Reconociendo conjuntos numéricos.

-  1. Realiza las siguientes actividades y responde cada una de las consignas propuesta de manera individual o grupal, según sea el caso.

Conjunto de los números naturales

Retomemos las preguntas anteriores:

- a. ¿Existe un último número natural (o el mayor de todos ellos)? Justifica tu respuesta
b. ¿Existe un primer número natural (o el menor de ellos)? Justifica tu respuesta.

- c. ¿Bajo qué condiciones la ecuación $x + a = b$, tiene solución en los números naturales?

- d. ¿Cuándo esa ecuación no tiene solución en los naturales?

e. ¿En qué situaciones de la vida diaria es necesario utilizar números negativos?

f. Compara tus apreciaciones con las presentadas por el docente a través del recurso digital.

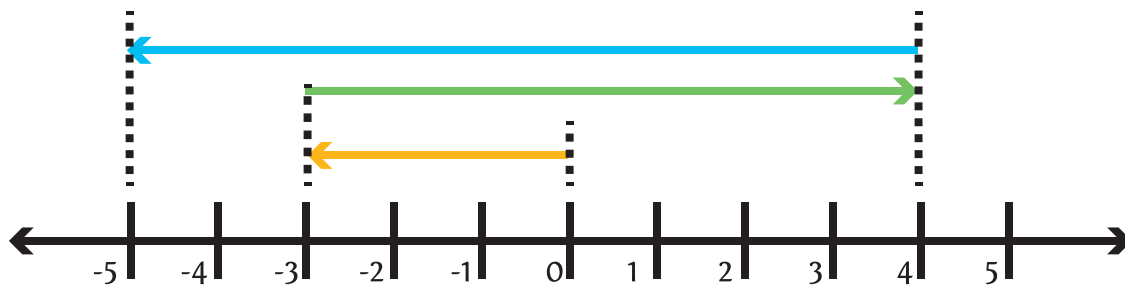
Conjunto de los números enteros

a. ¿Por qué razón 5 es menor que 7?

b. Entre los números -4 y 0 ¿cuál es menor? ¿Por qué?

c. Entre los números - 20 y -7 cual es menor ¿Por qué?

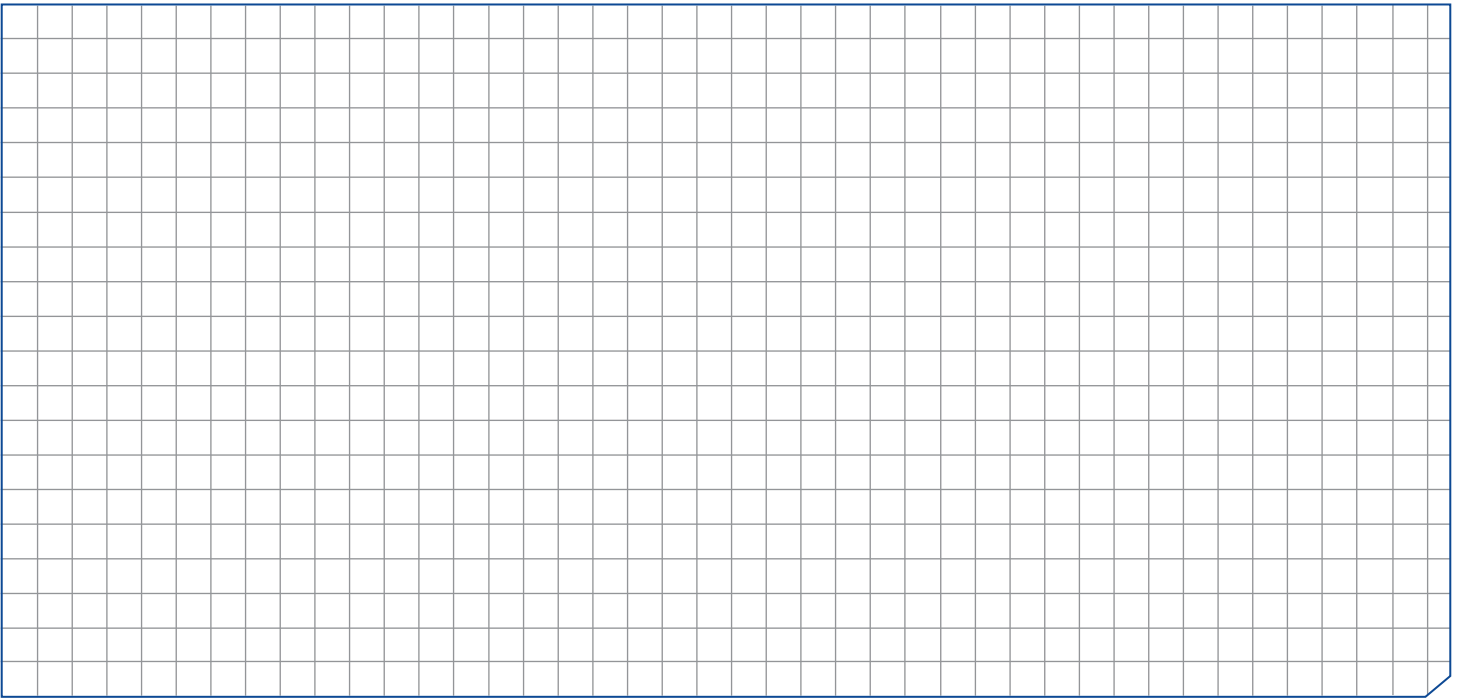
g. El objeto A realizó una serie de movimientos, los cuales se ilustran en la siguiente grafica.



- ¿Qué puedes concluir a partir de la gráfica?

- Describe mediante una operación, el movimiento que realizó el objeto A .

- ¿Cuál es la magnitud del primer desplazamiento y cuál es el punto final de la trayectoria?



- ¿Cuál es el valor absoluto de h , si h es un entero negativo?



- ¿Todo número entero es un número natural? ¿Por qué?



- ¿Todo número natural es entero? ¿Por qué?



Conjunto de los números racionales

Después de haber trabajado los conjuntos anteriores, estarás en capacidad de iniciar el estudio del conjunto de los números racionales.

- a. La ecuación $b \cdot x = a$, con a y b enteros ¿tiene solución en los números enteros?
Justifica tu respuesta...

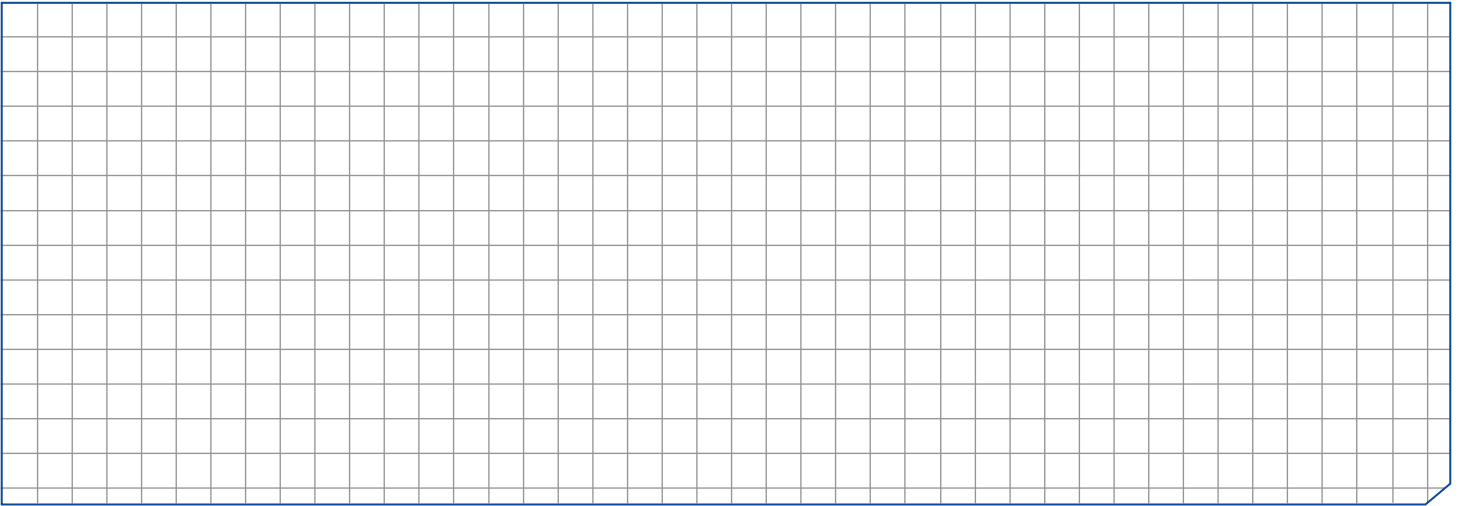


- b. ¿Qué se entiende por representante canónico?

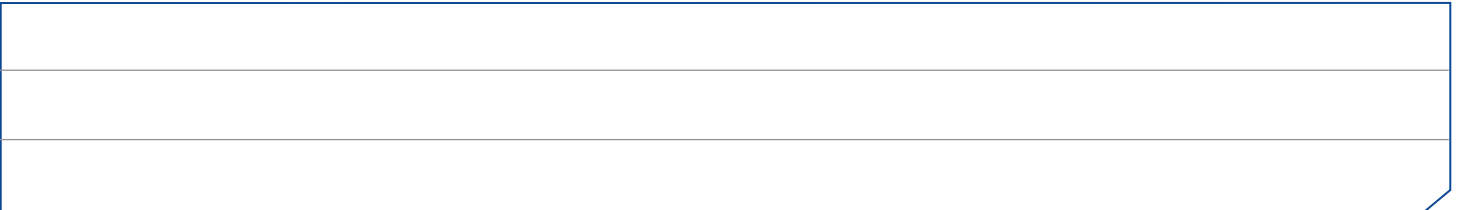


c. Retoma los grupos de trabajo anterior.

¿De cuantas formas se puede representar el numero racional $[6/7]$?



d. El número racional $[2/3]$ ¿a qué conjunto numérico representa?



e. Teniendo en cuenta que $a/b = c/d$ si y solo si $a*d = b*c$, establezca cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas (Escribe verdadero(v) o falso(f) en cada recuadro según sea el caso).

$6/4=3/2$

$14/2=21/3$

$m/n = (km)/(kn)$, donde k, m y n pertenecen a los enteros

f. Al comparar los siguientes números racionales $(1/4)$ y $(1/6)$

¿Cómo se obtienen fracciones con el mismo denominador?



g. ¿Qué procedimiento utilizarías para determinar de dos números racionales (a/b) y (c/d) , cual es mayor?

h. Encontrar 5 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

- $3/4$
- $5/8$
- $7/3$

i. Ordenar de mayor a menor los siguientes números racionales $-6/7$, $-3/2$, y $-3/5$.

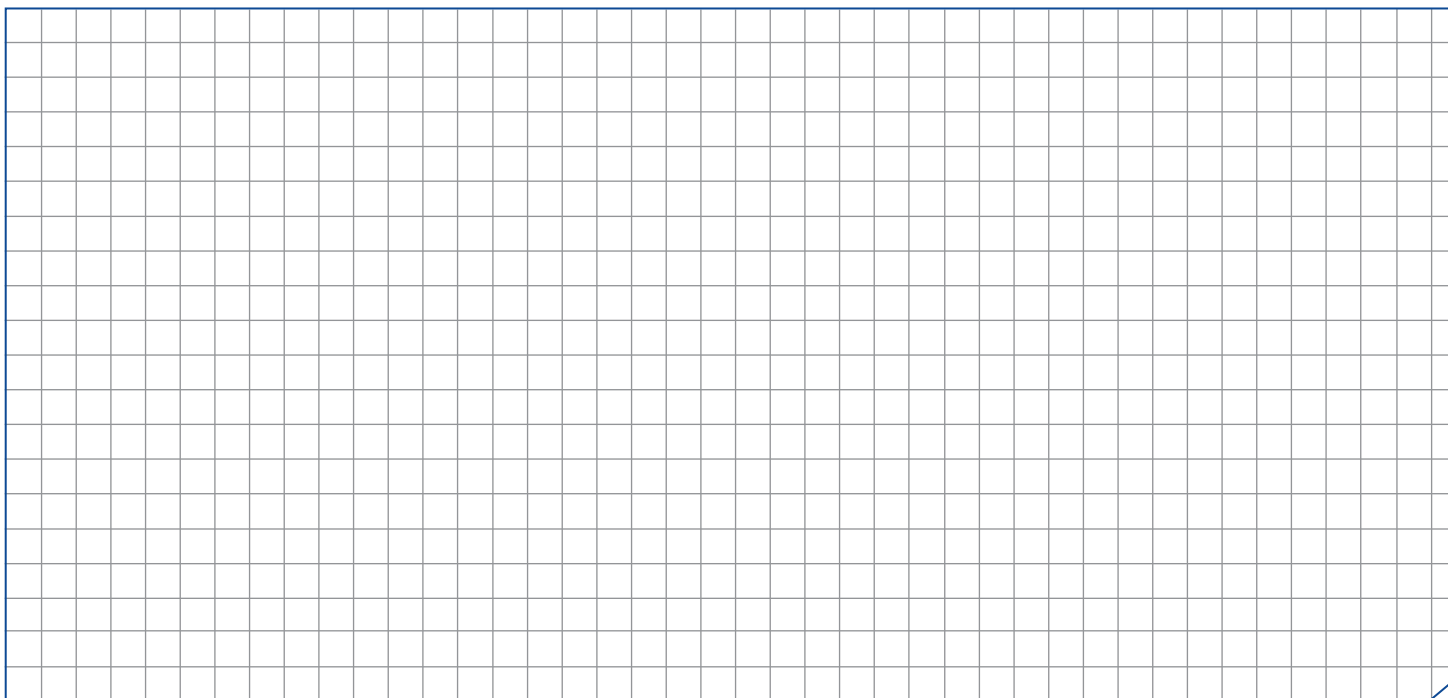
Actividad 2: ¡A Construir se dijo!

Para el desarrollo de esta actividad, retoma los grupos de trabajo conformados en la actividad anterior; soluciona las siguientes consignas y prepárate para que socialices tus respuestas o analices las de tus compañeros.



1. Construyamos los naturales y enteros.

- a. Dibuje una recta y ubique dos puntos en ella, llame a uno de los puntos cero y al otro uno, con base en el segmento comprendido entre 0, 1 realiza lo siguiente:



Ejecutas el siguiente procedimiento sobre la recta trazada en el espacio proporcionado aquí arriba.

- Utilizando el compás trasladar la unidad de medida por toda la recta (de forma secuencial), luego identificar los puntos en la recta y asociar a los números naturales.
- Identifique puntos de esa recta asociados a los números enteros.
- Justifique el procedimiento utilizado para ubicar los números naturales y enteros en la recta numérica.

b. Realiza la siguiente construcción:

- Sea AB un segmento.
- Sea L una recta que pasa por A y no contiene a B.
- Sea m un segmento unitario.
- Utilizando el compás traslade 3 veces la unidad de medida m, a la recta L, iniciando en el punto A.

(El docente verifica en este punto tu avance; infórmale que ya estás en esta instancia)



Continúa sobre este mismo espacio de dibujo con los siguientes pasos.

- Llame p_1 , p_2 y p_3 a los tres puntos de corte que se forman al trasladar la unidad de medida m.
- Trace una recta (L') que pase por los puntos p_3 y B.
- Utilizando regla y escuadra trace una recta paralela a L' que pase por el punto p_1 , llame L_1 a la nueva recta.
- Llame C al punto de corte entre L_1 con el segmento AB.

c. ¿Qué relación hay entre AB y AC?

d. Según lo realizado en la actividad anterior; realiza la siguiente práctica.

- En forma análoga a como procedió en el ejemplo anterior, represente en la recta numérica los números $1/4$ y $5/3$.
- Ubique en la recta numérica el punto que le corresponde a cada uno de los siguientes números racionales: $1/3$, $4/5$ y $8/7$.
- ¿Cómo representarías el punto que le corresponde a p/q en la recta numérica, siendo p y q números enteros con q diferente de cero?

Utiliza el siguiente espacio para realizar esta práctica



- Observa la presentación que hará tu docente utilizando el recurso digital.
 - Establece relación entre la construcción del conjunto de los números naturales y enteros realizada por ti y tus compañeros con la presentación que ha dado tu docente.
- e. Observa la presentación que hará tu docente sobre la construcción del conjunto de los números racionales y establece relaciones entre esta y la construcción realizada por ti y tus compañeros.

Actividad 3: Ubicando números en la recta numérica.

Para el desarrollo de esta actividad, retoma los grupos de trabajo conformados en la actividad anterior; soluciona las siguientes consignas y prepárate porque puedes ser escogido para que socialices tus respuestas o analices las de tus compañeros.

Ubicando los números racionales

-  1. Observa y analiza cuidadosamente la siguiente información.





2. Consignas.

a. ¿Qué procedimiento realizarías para ubicar dichos números en la recta numérica?

b. ¿De los números racionales $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{9}$ cual es mayor? ¿Por qué?

c. Crees que es posible ubicar otro número entre los racionales $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{9}$. Justifica tu respuesta.

Relación de mayor, menor o igual.



1. Responde.

a. ¿Dados los números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ cuál es mayor? ¿Por qué?

b. Representar en la recta numérica, los siguientes números racionales y ordenarlos de mayor a menor.

$2/5$

$-1/5$

$-1/4$

$6/1$

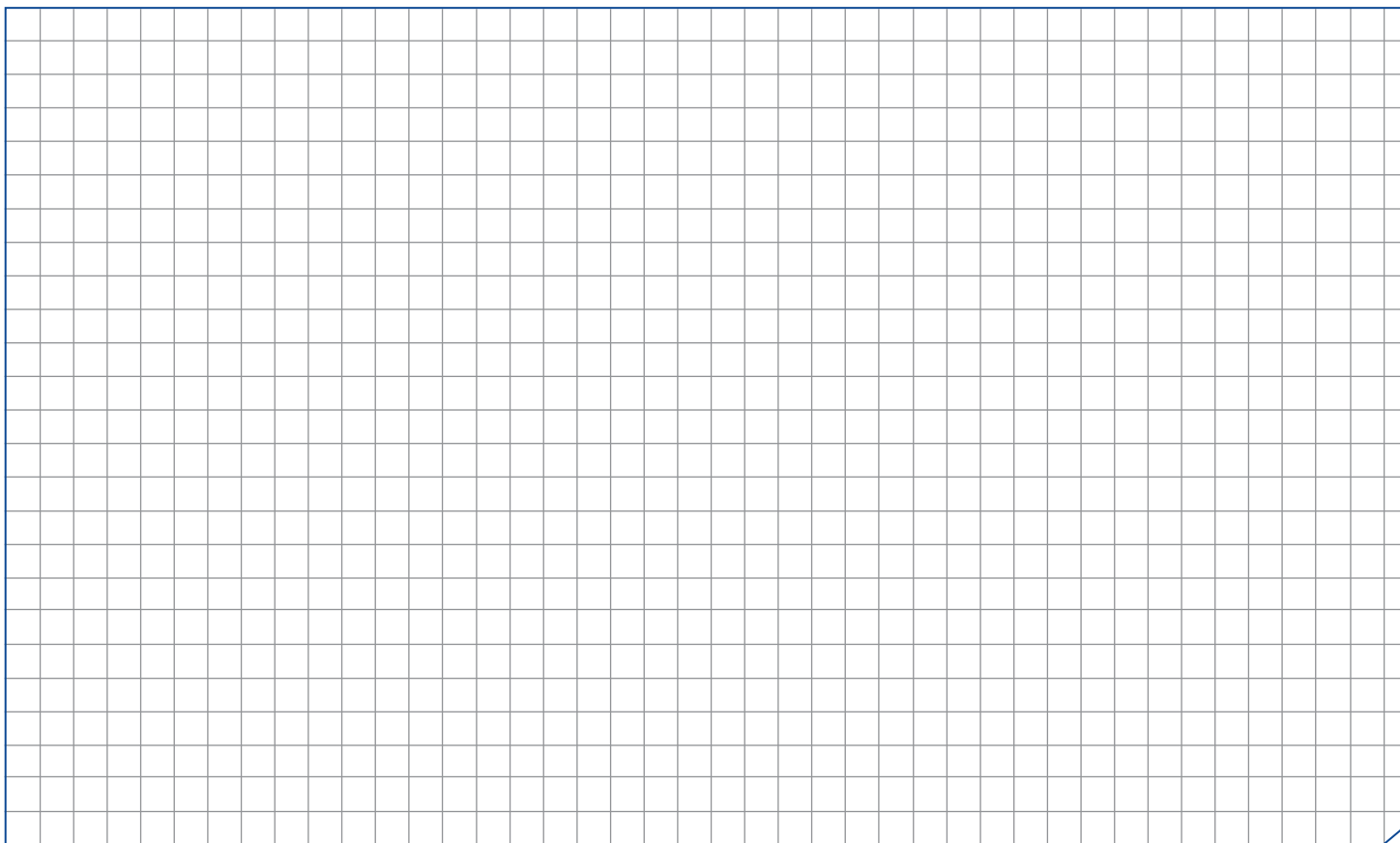
$6/15$

$-7/1$


$7/6$

$-9/24$

$-3/8$



c. ¿Es posible representar un número natural o entero en forma de fracción? ¿De manera única? ¿Por qué?



d. ¿Todo número entero es racional?

Densidad de los números racionales.



1. Responde.

a. ¿Cuál es el punto medio entre los números enteros 75 y 105?:

b. ¿Dada la siguiente gráfica, indica cuál es el punto medio entre los puntos a y b siendo estos números enteros?

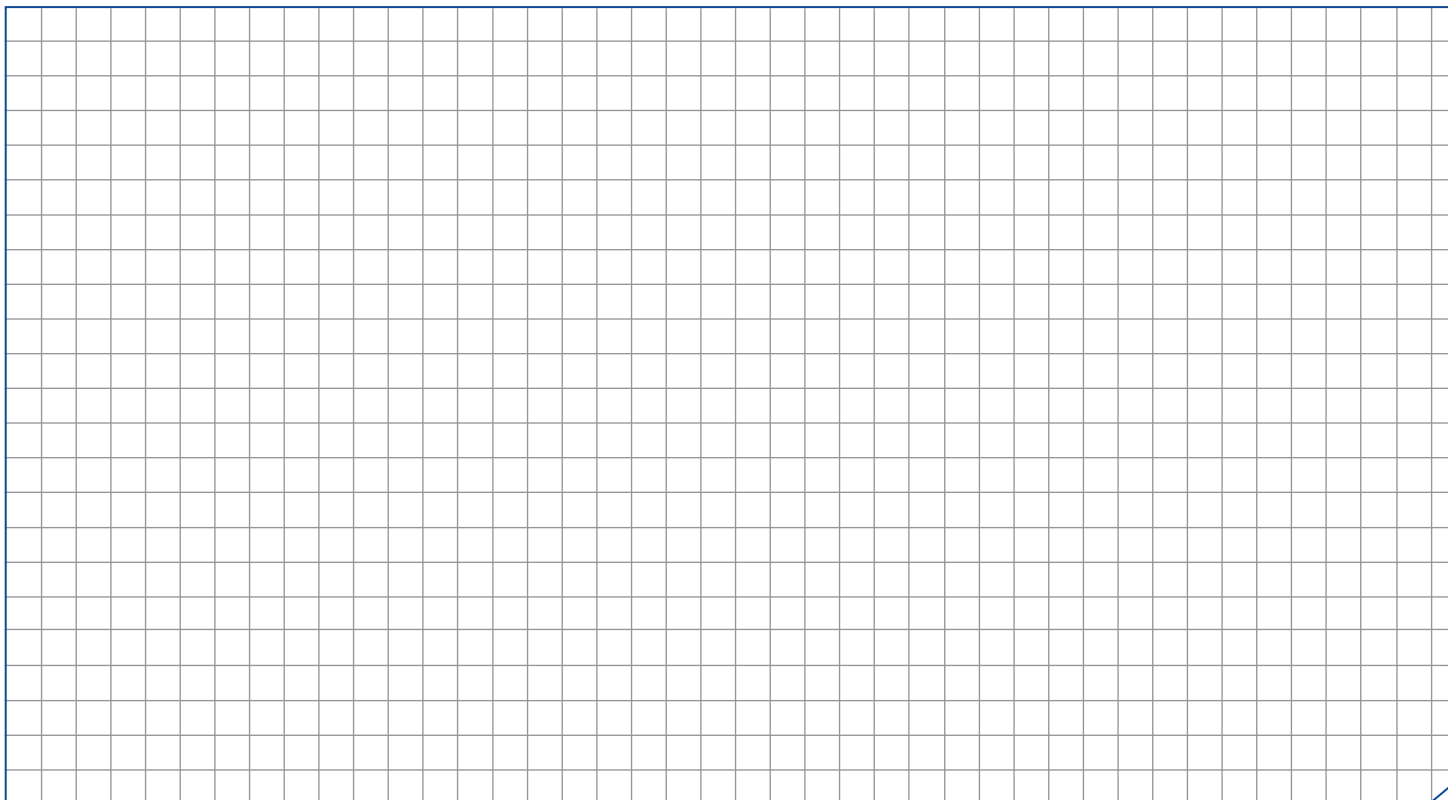


c. Dados los siguientes pares de fracciones, ubícalas en la recta numérica, al igual que su punto medio.

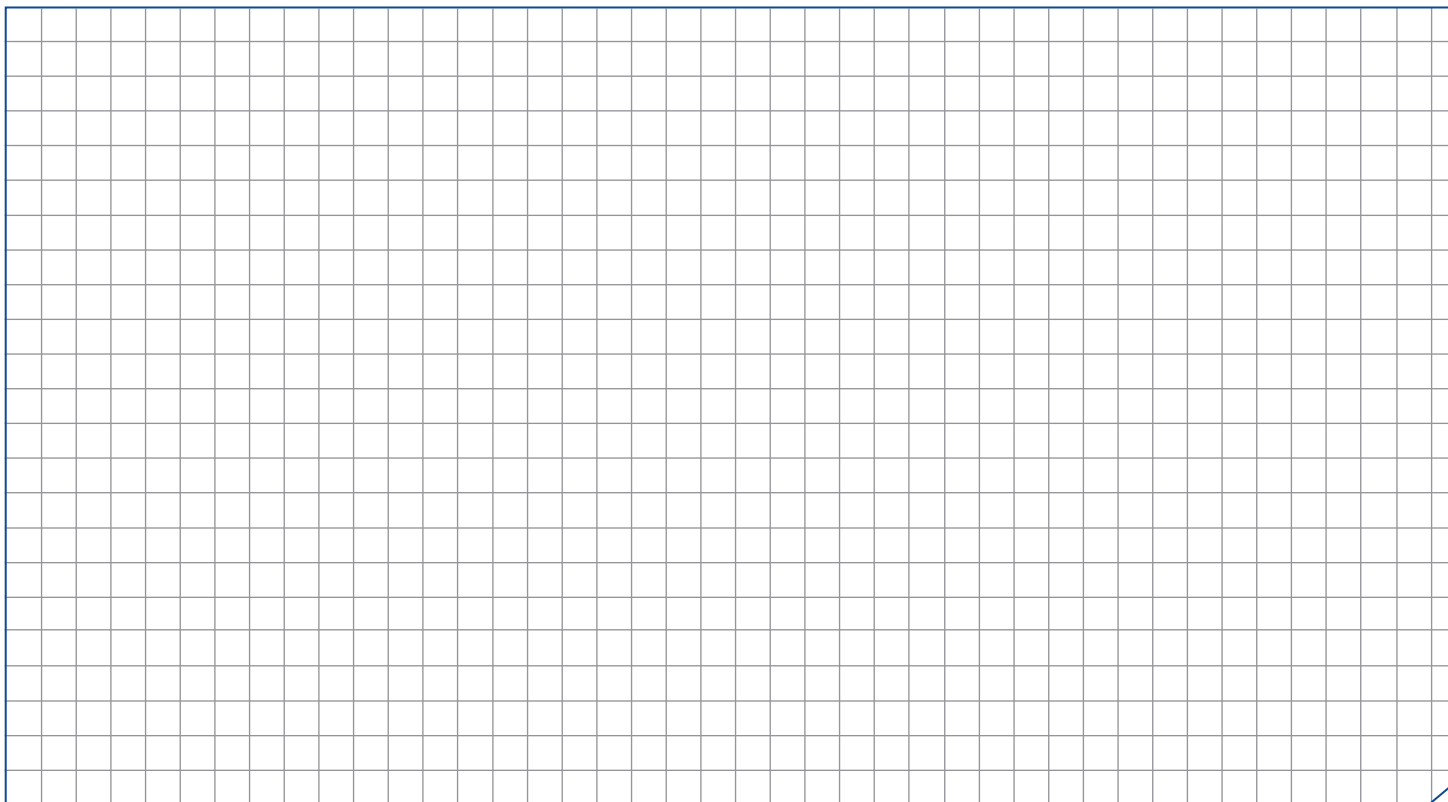
• $(\frac{2}{5}$ y $\frac{8}{25})$

• $(-\frac{1}{3}$ y $-\frac{2}{5})$

• $(-\frac{7}{10}$ y $-\frac{2}{5})$



d. Dado los números a y b, que pertenecen a los racionales, con $a = \frac{m}{n}$ y $b = \frac{p}{q}$ halle el punto medio entre los dos números a y b, además ubíquelo en la recta numérica.



- ¿Son racionales los números A_4 y A_5 y en general A_n ?

- ¿Cuántos números racionales hay entre 7 y 9?

- ¿Se puede encontrar el primer número racional positivo?

h. Si hubiese un primer racional positivo, digamos P

- ¿Hay racionales entre 0 y P ?

- ¿Qué se deduce de eso?

Actividad 4: Resolviendo aprendo.

Para el desarrollo de esta actividad soluciona las siguientes consignas y prepárate porque puedes ser escogido para que socialices tus respuestas o analices las de tus compañeros.

 1. Recordemos las propiedades de las operaciones aritméticas.

De acuerdo a lo trabajado hasta el momento y teniendo en cuenta principalmente la definición de los conjunto de los números naturales, enteros y racionales, dar respuesta a las siguientes consignas.

- a. ¿Qué propiedades cumplen las operaciones de suma y multiplicación en el conjunto de los números racionales?

- b. Si un polinomio aritmético no tiene signos de agrupación, ¿qué pasos se deben seguir para resolverlo?

- c. Si el polinomio tiene signos de agrupación, ¿qué pasos se deben seguir para resolverlo?



$f(x)$



En este momento tu docente resolverá un ejercicio de polinomios aritméticos en compañía tuya y de tus compañeros usando el recurso digital; presta atención al proceso y contesta la siguiente pregunta.

d. ¿Para ustedes qué es un polinomio aritmético?

e. Observa con atención el siguiente polinomio e identifica el error cometido al solucionarlo.

$$\frac{5}{6} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{3}{4}$$

$$= \frac{19}{18} + \left(-\frac{5}{18}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$= -\frac{19}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{57}{20}$$

f. El resultado de la siguiente operación es $(-993/280)$, indique qué procedimiento se siguió para llegar a tal solución.

$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{7} \div \frac{8}{1} \times \frac{9}{3} - \frac{16}{4}\right)$	

g. Aplicando las propiedades de cada operación resolver el siguiente polinomio aritmético.

$$\frac{11}{18} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{5}{2} + \left(\frac{7}{8} + \frac{2}{4} \right)$$

Identifiquemos otras operaciones.

h. Resuelva el siguiente ejercicio y diga qué propiedad puede aplicar para calcular el logaritmo.

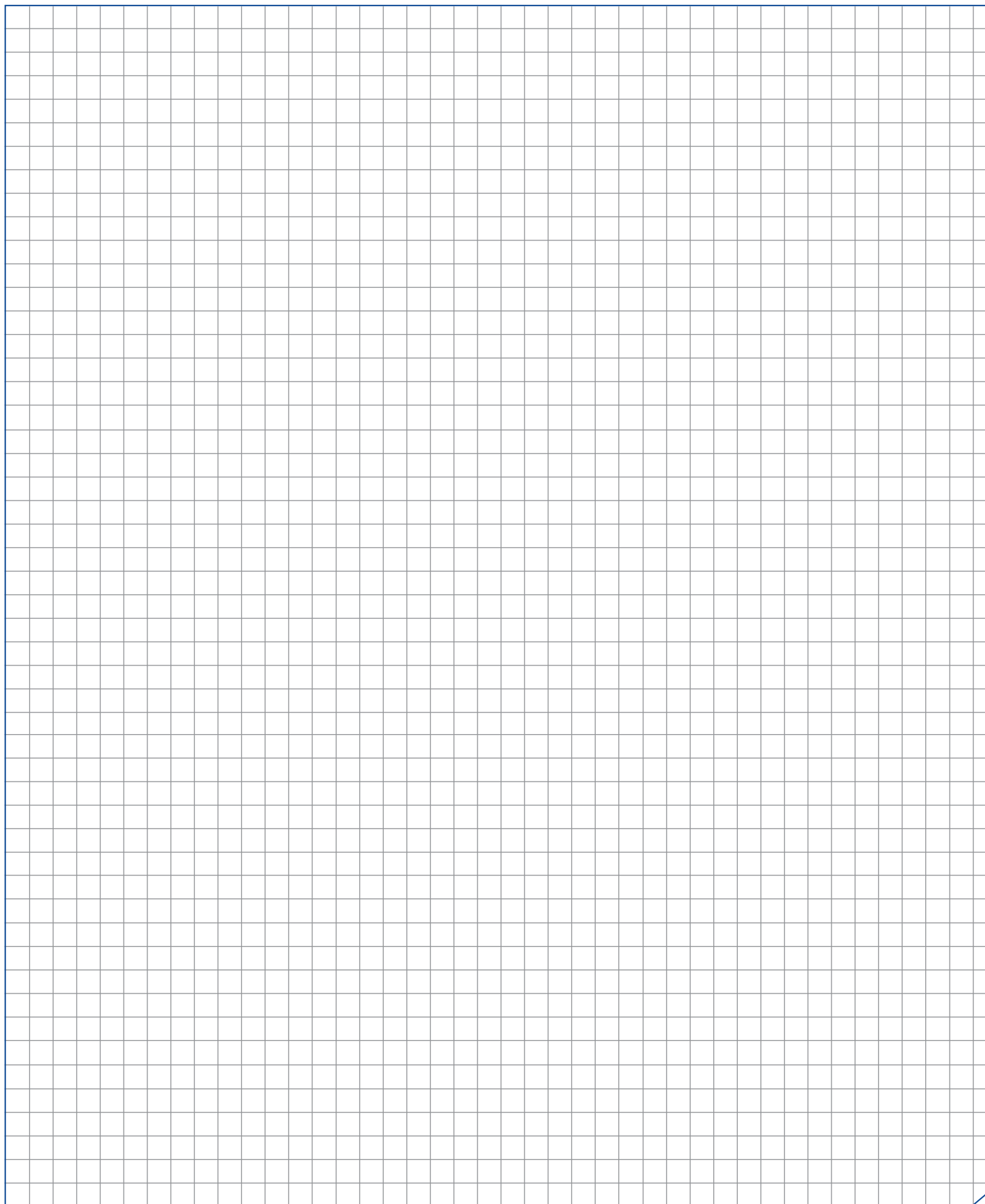
$$\sqrt[3]{64} \times \frac{7^2}{4^2} + \log \frac{4}{6} =$$

i. Soluciona las siguientes operaciones, teniendo en cuenta las propiedades.

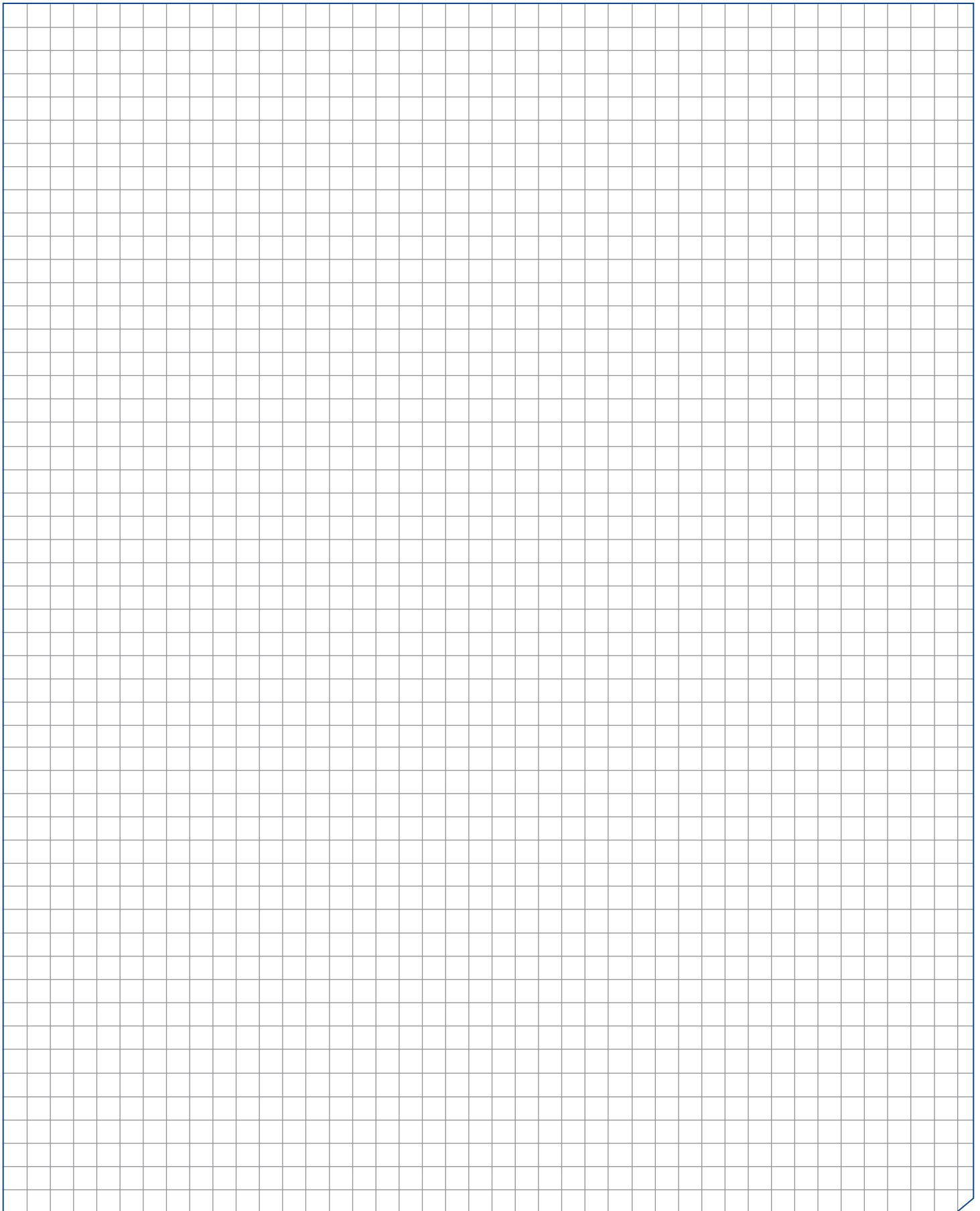
$$\frac{\sqrt[5]{3125}}{8^2} \times \frac{3^2}{\sqrt[3]{8}} + \log \left(\frac{4}{6} \right) - \frac{9}{63}$$

$$\frac{\sqrt[2]{16}}{8^2} \times \frac{3^2}{\sqrt[3]{8}} + \log \left(\frac{125}{25} \right) + \frac{48}{30}$$

- j. Plantear y resolver un ejercicio similar a los que se han venido trabajando, que involucre 5 de las operaciones, entre ellas potenciación y la logaritmación.



Página extra para cálculos generales.





Resumen



Desarrolla la siguiente actividad y prepárate para socializar con tus compañeros las conclusiones extraídas de esta. Formar grupos de máximo 3 estudiantes y soluciona las siguientes consignas propuestas.

- a. ¿Qué conjuntos numéricos están contenidos dentro del conjunto de los números racionales? Esboce un gráfico que dé cuenta de ello.

- b. ¿Cuál es el siguiente de un número natural y/o entero?

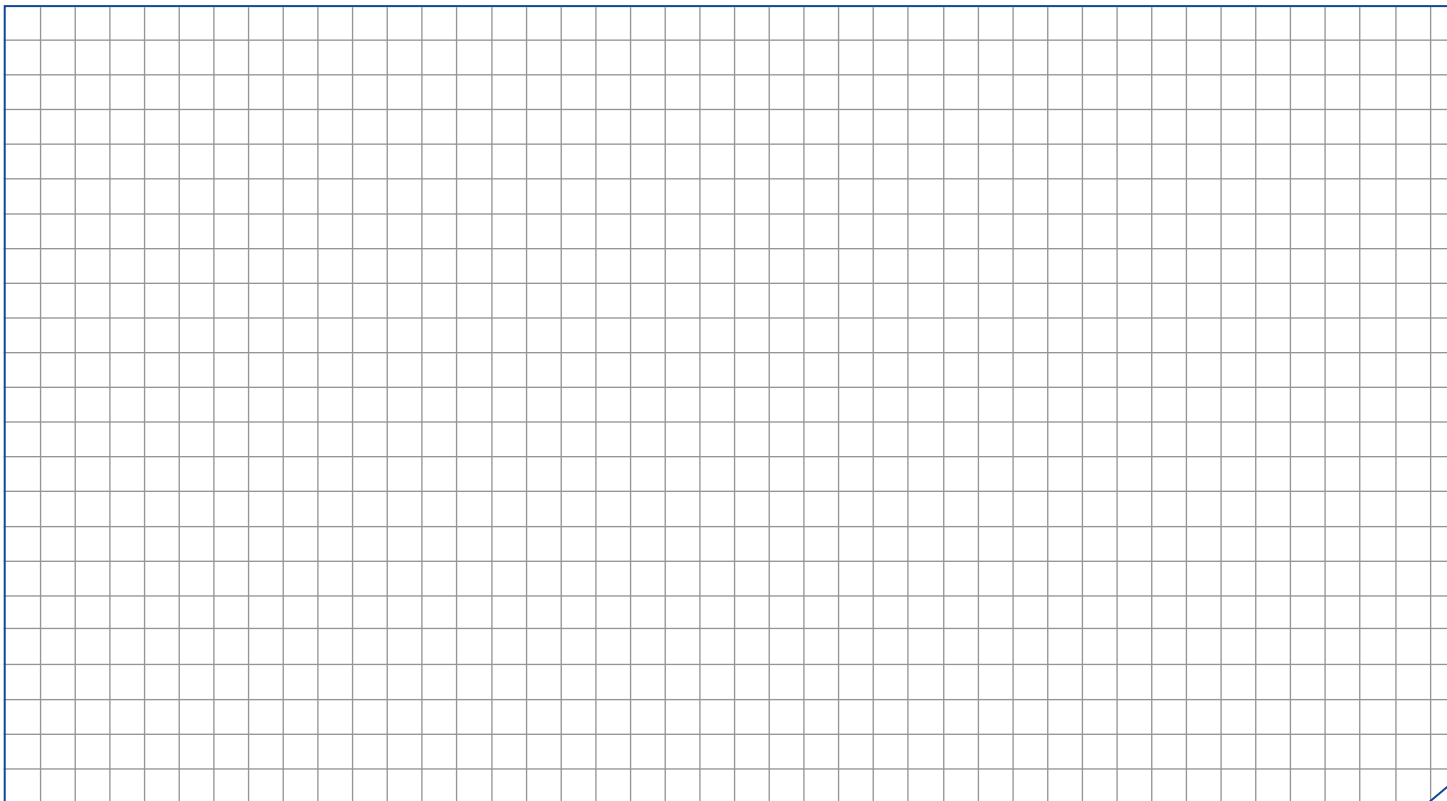
- c. Si nos dan dos números racionales, ¿cómo encontrar otro racional entre los dos?

d. Ubica en la recta numérica los siguientes pares de números racionales al igual que su punto medio.

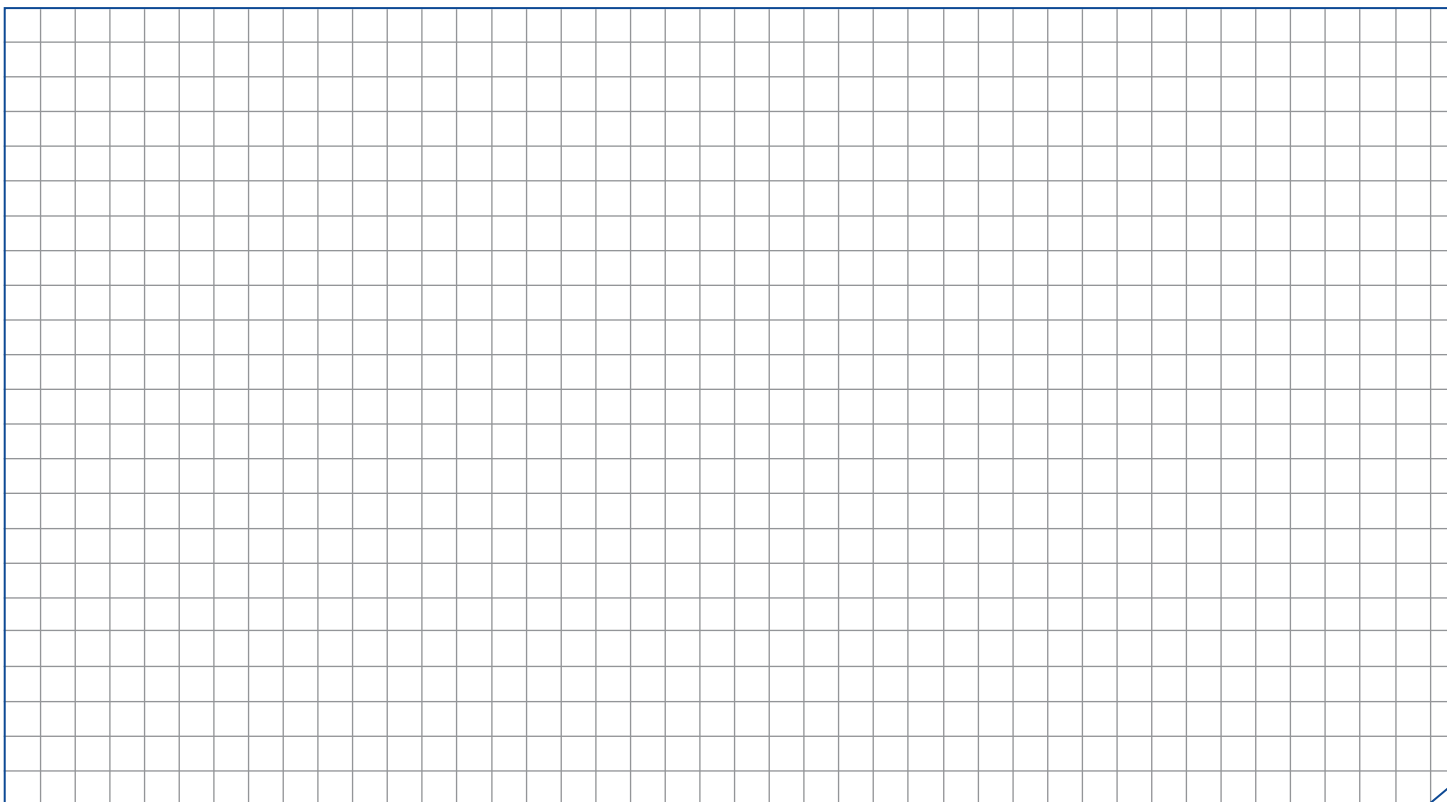
• $(\frac{6}{9}$ y $\frac{7}{1})$

• $(\frac{8}{12}$ y $-\frac{2}{3})$

• $(-\frac{1}{5}$ y $-\frac{3}{4})$.



e. Dado dos números racionales distintos, $X = \frac{7}{8}$, y un $Y = \frac{4}{7}$, siendo $X < Y$ ¿cuál es el punto medio entre ellos?




f. Resuelve los siguientes polinomios aritméticos, haciendo uso de las propiedades de cada operación:

$$\frac{5^2}{\sqrt[3]{15}} + \log_3 \frac{81}{1} \div \frac{16}{2^4} =$$

$$\frac{16}{8} \times \left(\frac{9}{2} + \frac{24}{12} \right) + \frac{48}{30} \div \frac{81}{1} =$$



Tarea

 Basados en el trabajo realizado durante estas clases desarrolla la siguiente actividad aplicando los conceptos aprendidos y mejora tus competencias en el análisis y razonamiento sobre los conjuntos numéricos; da respuesta a las siguientes consignas y preguntas:

a. ¿Son densos los números naturales? Justifica tu respuesta.

b. ¿Son densos los números enteros? Justifica tu respuesta

c. ¿Los números racionales ocupan todos los puntos de la recta?

d. ¿La raíz cuadrada de 2 es un número racional? Justifica tu respuesta.
