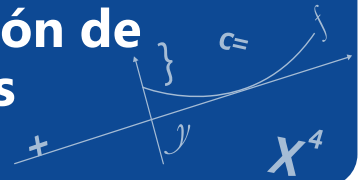


Reconocimiento de la relación de orden en los números reales



Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)

Grado 11:

UoL_1: Operando en el conjunto de los números reales
LO_01: Construcción de los números naturales, enteros y racionales
LO_02: Construcción de algunos números Irracionales
LO_03: Caracterización de los números reales

Materiales: Calculadora

Objetivos de aprendizaje

- Reconocer la relación de orden establecida en el conjunto de los números reales
- Identificar las propiedades del orden usual establecido en los números reales.
- Ordena números reales.

Habilidad / Conocimiento (H/C)

SCO 1: Identifica las propiedades de orden en los números reales

1. Interpreta la definición de relación de orden
2. Reconoce la simbología asociada a la relación de orden
3. Establece las propiedades de orden en los números reales



SCO 2: Ordena números reales

1. Realiza comparación entre números reales
2. Ordena números reales de menor a mayor y viceversa a partir de su ubicación en la recta numérica
3. Ordena números reales a través de su representación simbólica
4. Ordena números reales en la recta por aproximación o métodos geométricos (Pitágoras y Tales)
5. Encuentra números reales entre dos números reales dados
6. Reconoce la propiedad de la densidad de los números reales

Flujo de aprendizaje

1. **Introducción: ¿Y cómo medirlo?**
2. **Objetivos de Aprendizaje**
3. **Desarrollo**
 - 3.1. **Actividad 1:** Ordenando números reales (SCO 1: H/C 1, H/C 2)
 - 3.2. **Actividad 2:** Algunas propiedades de orden de los reales (SCO 1: H/C 3)
 - 3.3. **Actividad 3:** Otras propiedades de la relación de orden en los reales (SCO 1: H/C 3)
 - 3.4. **Actividad 4:** Ordenemos en la recta numérica (SCO 2: H/C 1, H/C 2, H/C 3, H/C 4)
 - 3.5. **Actividad 5:** Un conjunto muy denso (SCO 2: H/C 5, H/C 6)
4. **Resumen.**
5. **Tarea**

Se espera que al finalizar las actividades propuestas el estudiante sea capaz de ordenar un conjunto de números reales y pueda justificar el orden dado.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 	<p>Introducción</p>	<p>¿Cuántos números hay entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$?</p> <p>En una animación se mostrara a dos estudiantes teniendo una discusión acerca de cuantos números hay entre 2 y 3; uno de ellos considera que el conjunto de números que están entre 2 y 3 es un conjunto finito, pero el otro considera que es un conjunto infinito, aunque ninguno de los dos sabe cual es el número anterior ni siguiente a 2 o a 3.</p> <p>Se plantean algunas preguntas, relacionadas con la situación, las cuales tendrán que ser resueltas por el estudiante en su material.</p>	<p>Animación</p> <p>Recurso Interactivo Contiene la animación y los items que deben ser resueltos por los estudiantes</p> <p>Material del estudiante Se presentan las preguntas que orientan el desarrollo de la introducción y el espacio para dar respuestas a estas.</p>
<p>Objetivos</p> 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar.</p> <p>Luego, el profesor presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. El docente puede explicar los objetivos si lo cree necesario y/o conveniente.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>de dichos números, esto con ayuda de una calculadora, de tal manera que establezcan de manera usual el orden de estos, es decir, comparando, posición por posición los dígitos.</p>	
		<p>Actividad 2: Algunas propiedades de orden en los reales (SCO 1: H/C 3)</p> <p>El docente les pide a los estudiantes que, teniendo en cuenta las relaciones de orden que se establecieron en el punto anterior, ideen una manera de comprobar si los números que se les dan están bien ordenados, aclarando que debe ser diferente a la manera usual.</p> <p>Para esto se utilizará un recurso interactivo en el que aparezca una pregunta, con la cual se cuestione acerca de cómo estar seguro de que la relación de orden establecida entre dos números es correcta. Luego, en el recurso se les pide que determinen el signo de las diferencias entre algunas parejas de números dados y el recurso validará dichos signos.</p> <p>Se espera con esta actividad que los estudiantes al socializar sus ideas, con la orientación del docente y algunas preguntas relacionadas, establezcan que:</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “menor que”, de la siguiente manera: Sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es menor que b, simbólicamente $a < b$, si y sólo si $a - b$ es un número real negativo.</p>	
		<p>Finalmente en la socialización grupal y a partir de la conclusión anterior se les cuestiona a los estudiantes en relación a qué consideran sucede cuando se cumple que a es mayor que b, o cuando a es igual a b.</p> <p>Se les pide que verifiquen con la solución dada al ejercicio planteado, para que</p>	<p>Recurso Interactivo</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>posteriormente entre todos puedan construir una conclusión como:</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “mayor que”, de la siguiente manera sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es mayor que b, simbólicamente $a > b$, si y sólo si $a - b$ es un número real positivo.</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “igual que”, de la siguiente manera sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es igual que b, simbólicamente $a = b$, si y solo si $a - b$ es igual a 0.</p>	
		<p>Actividad 3: Otras propiedades de la relación de orden en los reales (SCO 1: H/C 3)</p> <p>El docente les pide a los estudiantes que, teniendo en cuenta que a, b y c pertenecen a los reales, y haciendo uso de varios casos particulares, intenten, deducir a partir de cada condición dada, las siguientes propiedades de orden que se cumplen en el conjunto de los números reales.</p> <p>Para esto se mostraran, en el recurso interactivo, las siguientes preguntas y un caso particular o ejemplo para que el estudiante logre evidenciar las propiedades.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si se tiene que $a < b$, entonces qué se puede concluir de la relación que existe entre $a + c$ y $b + c$, ¿se cumple para todo c? 2. Si se cumple que $a > 0$ y $b > 0$, entonces qué se puede decir del producto de ab. 3. Si se cumple que $a > b$ y $b > c$, entonces qué se puede concluir de a y c. 	<p>Material del estudiante Se presentan las preguntas que orientan el desarrollo de la actividad y el espacio para que el estudiante de respuestas a estas.</p>


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Se espera que con estas tres preguntas los estudiantes concluyan las tres propiedades de orden siguientes:</p> <p>Para todos los números reales a, b y c:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $a < b$, entonces, para cada c, es $a + c < b + c$ 2. Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces, $ab > 0$ 3. Si $a > b$ y $b > c$, entonces, $a > c$ <hr/> <p>Luego, en una socialización grupal y a partir de la conclusión anterior se les cuestiona a los estudiantes en relación a qué consideran que sucede en los siguientes casos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $a > b$, entonces ¿qué relación de orden existe entre $a + c$ y $b + c$? 2. Si $a < b$, entonces ¿qué relación de orden existe entre $a - c$ y $b - c$? 3. Si $a < b$, entonces ¿qué relación de orden existe entre ac y bc? <p>Es necesario que el docente invite a los estudiantes a verificar si cada una de estas reglas es válida para cualquier c o por el contrario este número real debe cumplir alguna otra condición. Para esto se les pide que prueben con diferentes números reales, en diferentes conjuntos (N,Z,Q,I).</p> <hr/> <p>Se espera que al finalizar esta parte de la actividad, luego de que los estudiantes socialicen sus conjeturas, se establezcan las siguientes reglas entre docente y estudiantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $a > b$, entonces, para todo c, es $a + c > b + c$ 2. Si $a < b$, entonces, para todo c, es $a - c < b - c$ 3. Si $a < b$ { si $c < 0$, entonces $ac < bc$ si $c > 0$, entonces $ac > bc$ <p>Es importante que el docente haga énfasis en esta propiedad, mostrando algunos</p>	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>ejemplos donde se use ya que es de gran utilidad en la solución de inecuaciones.</p> <p>El docente, en la parte final de esta socialización, indaga primero y luego explica y formaliza los siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Que el simbolismo $a \leq b$ se emplea para abreviar la afirmación: $a < b$ o $a = b$ 2. Que el simbolismo $a \geq b$ se emplea para abreviar la afirmación: $a > b$ o $a = b$ 3. Las propiedades mencionadas se cumplen con los símbolos \leq y \geq 	
		<p>Actividad 4: Ordenemos en la recta numérica (SCO 2: H/C 1, H/C 2, H/C 3, H/C 4)</p> <p>El docente para esta actividad inicia preguntando a los estudiantes acerca de la forma de ubicar números racionales e irracionales en la recta numérica. Luego en el recurso interactivo se recordaran los métodos de Thales, Pitágoras y por encajonamientos, mostrando ejemplos y dando el paso a paso.</p> <p>Posteriormente a esto se les pide a los estudiantes que realicen el siguiente ejercicio:</p> <p>Ubicar en la recta numérica los siguientes números reales:</p> $-2\sqrt{3}; \sqrt{2}; \frac{3}{5}; -3.41; \sqrt{32}; \frac{-8}{5}; \sqrt{26}; \frac{11}{18};$ $\sqrt{5}; 3.01001\dots; -\sqrt{8}; \sqrt{21}; 5.42422\dots; \sqrt{26}$ <p>Para socializar las respuestas se presentara en un recurso la recta numérica, en la cual se podrán hacer desplazamientos a través de esta, zoom en cualquier zona y se irán ubicando los puntos, a medida que el docente o algunos estudiantes van ingresándolos.</p>	<p>Material del estudiante</p> <p>Se presentan las preguntas que orientan el desarrollo de la actividad, los metodos de construcción y el espacio para que el estudiante de respuestas a las preguntas.</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Actividad 5: Un conjunto muy denso (SCO 2: H/C 5, H/C 6)</p> <p>El docente propone a los estudiantes la siguiente tarea:</p> <p>Con ayuda de la calculadora hallar entre $\sqrt{5}$ y $\frac{5\sqrt{8}}{6}$ al menos tres números para cada una de las condiciones siguientes; si no es posible justificar por qué no lo es.</p> <p>1. Sean periódicos Algunas de las infinitas respuestas pueden ser:</p> $2,2\hat{4} ; 2,\hat{3}4 ; 2,236\hat{1} ; 2,357022\hat{5} ; 2,\hat{3} ; 2,23606\hat{8}$ <p>2. Sean irracionales Algunas de las infinitas respuestas pueden ser:</p> $\sqrt{5} + 0,1; \frac{5\sqrt{8}}{6} - 0,1; \sqrt{5} + 0,004; \frac{5\sqrt{8}}{6} - 0,03; 2,2361679... ; 2,356022604... ; 2,3427540$ <p>3. Sean enteros La distancia entre estos dos números reales es menor que la unidad, por tanto no existe ningún número entero entre ellos.</p> <p>4. Sean racionales no periódicos Algunas de las infinitas respuestas pueden ser:</p> $2,236067978.....2 , 357022604 2,237 ; 2,23608 ; 2,34 ; 2,352 ; 2,35702251 ; 2,236069978 ; 2,23606797987 ; 2,3$ <p>El profesor al socializar utilizará un recurso interactivo similar al de la actividad anterior, una recta numérica, en la cual pueda ingresar los números dados por los estudiantes y estos se ubiquen en dicha recta numérica en la que se resalta el intervalo entre $\sqrt{5}$ y $\frac{5\sqrt{8}}{6}$; de tal manera que al ingresar los números hallados por los estudiantes se pueda</p>	<p>Material del estudiante. Se presentan las preguntas que orientan el desarrollo de la actividad y el espacio para dar respuestas a estas.</p>



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>identificar si cumplen o no la condición dada. Antes de ingresar el número se cuestiona a los demás estudiantes si el número sobre el que se esté discutiendo pertenece o no al intervalo y cumple la condición.</p> <p>Luego, en el recurso aparecen las siguientes preguntas, cuyas respuestas deben consignarse en el material del estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li data-bbox="561 625 1136 730"> <p>1. ¿Cuántos números diferentes encontramos para cada condición a excepción del item 3?</p> <p>El profesor les pedirá que vayan nombrándolos mientras él los escribe en el tablero para finalmente contarlos.</p> <li data-bbox="561 898 1136 1003"> <p>2. ¿Se podrían encontrar más números con tales condiciones? ¿cuántos números más? Justificar.</p> <p>Para esto se espera que el profesor invite a los estudiantes a dictar otros números diferentes a los que están en el tablero, además intente que ellos generen una estrategia para encontrarlos más rápido, por ejemplo encontrar la distancia que hay entre estos dos números y restarle al mayor números menores a este; o al menor sumarle números menores a tal distancia; ello con el fin que los estudiantes vayan encontrando que tales condiciones las puede cumplir infinitos números reales.</p> <li data-bbox="561 1556 1182 1759"> <p>3. Si se toma un intervalo más “pequeño” (en términos de menor distancia) que el inicial, y se resolviera nuevamente el ejercicio, ¿podría encontrar todos los números que cumplen tales condiciones? Justificar.</p> <p>Se espera que el estudiante diga que no es posible encontrar todos los números, pues a partir de las estrategias establecidas en el item anterior podrán</p> 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>encontrar tantos como se quiera y dejar infinitos sin nombrar, lo cual sería un proceso sin fin. (A medida que los estudiantes dan ideas el profesor puede ir utilizando como recurso de verificación el programa GeoGebra)</p> <p>4. Si se toma ahora un intervalo mucho más “pequeño” (en términos de menor distancia) que el anterior y así sucesivamente, ¿qué se podría conjeturar en general? Siempre van a existir infinitos números reales entre dos números reales.</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>El docente mostrará en un recurso el siguiente texto:</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “menor que”, de la siguiente manera: Sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es menor que b, simbólicamente $a < b$, si y sólo si $a - b$ es un número real negativo.</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “mayor que”, de la siguiente manera sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es mayor que b, simbólicamente $a > b$, si y sólo si $a - b$ es un número real positivo.</p> <p>En el conjunto de los números reales se define una relación, llamada “igual que”, de la siguiente manera sean $a, b \in \mathbb{R}$ se dice que a es igual que b, simbólicamente $a = b$, si y sólo si $a - b$ es igual a 0.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $a > b$, entonces, para todo c, es $a + c > b + c$ 2. Si $a < b$, entonces, para todo c, es $a - c < b - c$ 3. Si $a < b$ { si $c < 0$, entonces $ac < bc$ si $c > 0$, entonces $ac > bc$ 	<p>Recurso Interactivo. Cuadro de texto con el resumen</p> <p>Material del estudiante Cuadro de texto con el resumen</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>Ordena de forma ascendente los siguientes números reales (puede utilizar una calculadora para esto):</p> <p>-9.9 ; $\sin 30^\circ$; $-\frac{1}{3}$; $\pi^{\sqrt{2}}$; $e^{\frac{1}{2}}$; $-\frac{21\sqrt{2}}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$;</p> <p>-0.33 ; $\cos \frac{\pi}{4}$; 0.397 ; -0.2^e ; $\frac{1}{2}$; $2^{\frac{4}{3}}$</p>	<p>Recurso Interactivo Cuadro de texto con la actividad propuesta</p> <p>Material del estudiante Cuadro de texto con la actividad propuesta</p>

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados



$f(x)$



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados



$f(x)$



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados



$f(x)$



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados



$f(x)$



Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados



$f(x)$

