Grado 11

Matematicas - Unidad 2

Las funciones, una forma de interpretar relaciones entre números reales

Tema

Reconocimiento de las operaciones usuales entre funciones

Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

Introducción

En nuestra vida cotidiana tratamos con diferentes personas y con cada una de ellas se tiene un tipo de relación, ya sea laboral, de amistad, amorosa, o familiar. En las matemáticas la pareja de elementos de diferentes conjuntos, describen una relación; pero solo si es una relación exclusiva, se conoce como función; es decir, un elemento de un conjunto con otro elemento de otro conjunto. Los tipos de funciones que se establecen generan más funciones, siendo estas las que estudiaremos en esta clase.

Actividad Introductoria: Aspectos Generales

Observa cada una de las gráficas que te presenta tu docente con el aplicativo Geogebra y dibújalas en el espacio que corresponde:

Función	Gráfica
$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$	
$g(x) = 3x^2 - 2$	

Función	Gráfica
$h(x) = 3x^2$	
$m(x) = \dfrac{1}{2x - 3}$	
$s(x) = 2x^3 - x + 5$	
$t(x) = x^2 + x + 2$	

Función	Gráfica
$r(x) = x - 1$	
$n(x) = \dfrac{x}{x - 1}$	
$p\ (x) = \sqrt{9 - x^2}$	
$l(x) = -2$	

Con base en las funciones vistas anteriormente con ayuda del aplicativo, y sus respectivas gráficas responde las siguientes preguntas de manera individual.

1. ¿Qué tipo de funciones pudiste observar en el aplicativo (racional, real, lineal, cúbica, etc.)?

2. ¿Algunas de ellas tienen restricciones al momento de ser graficadas?

Objetivos

» Al finalizar la clase como objetivo general podrás:

- Caracterizar funciones teniendo en cuenta operaciones usuales

» A partir de los siguientes objetivos específicos:

- Identificar la suma de funciones.
- Identificar el producto de funciones
- Identificar el cociente de funciones
- Identificar la composición de funciones

Actividad 2: Caracteriza la suma de funciones

Con base en lo que se observa en la sección "actividad 1" del aplicativo Geogebra, halla el dominio y el rango para las siguientes parejas de funciones, y su suma:

a. $s(x) = 2x^3 - x + 5$ y $l(x) = -2$

b. $r(x) = x - 1$ y $h(x) = 3x^2$

c. $n(x) = \dfrac{x}{x - 1}$ y $p(x) = \sqrt{9 - x^2}$

A partir de lo visto en la sección "actividad 1" del aplicativo Geogebra, observa la siguiente información; con ella darás respuesta a una consignas más adelante.

a. ¿Cada función tiene un dominio propio que hay que hallar. Para ello se analiza cada función por separado. Y la suma de las dos funciones tendrá un nuevo dominio y rango que se debe hallar.

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \qquad\qquad g(x) = 3x^2 - 2$$

En el caso de f(x) será $\forall x \in \mathbb{R}; x \in [-2, 2]$ por ser $4 - x^2 \geq 0$. mientras que en el caso de g(x) será el conjunto de los números reales por ser una función polinómica.

b. Para hallar el rango o recorrido de las funciones se debe analizar la función y evaluar el dominio

En el caso de *f(x)* su rango será $\forall y \in \mathbb{R}\ y \in [0, 2]$ por ser la parte positiva de un radical. mientras que para *g(x)* el rango será el conjunto de los números reales mayores que -2.

c. Para la suma de las dos funciones anteriores, tenemos que su domino será la intersección de los dominios individuales:

$$\forall x \in \mathbb{R}; x \in [-2,2] \quad \cap \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Lo cual se expresa: $\forall x \in \mathbb{R}; x \in [-2,2]$

De acuerdo a lo visto hasta el momento y sabiendo que $h(x) = 3x^2$ $\qquad m(x) = \dfrac{1}{2x - 3}$

responde las siguientes preguntas de manera individual:

a. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de h(x) y de m(x)?

b. ¿Cuál es la intersección de los dominios de h(x) y m(x)?

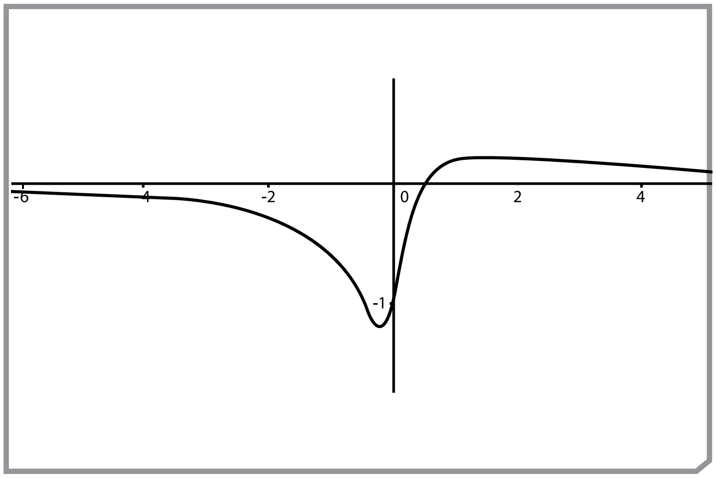
c. ¿Cuál es la suma de h(x) y m(x) y su gráfica?

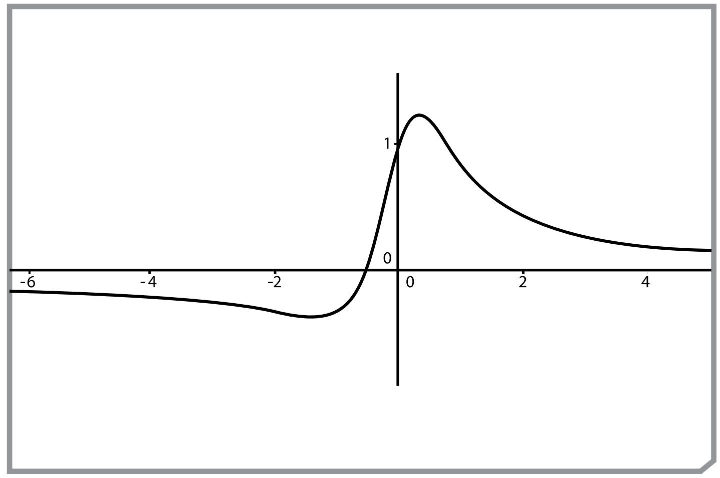
d. ¿Es h(x)+m(x) una función, por qué?

e. ¿Qué relaciones tienen los dominios y los recorridos de h(x) y m(x)?

f. Escribe una conclusión con respecto a la obtención del dominio para la suma de funciones.

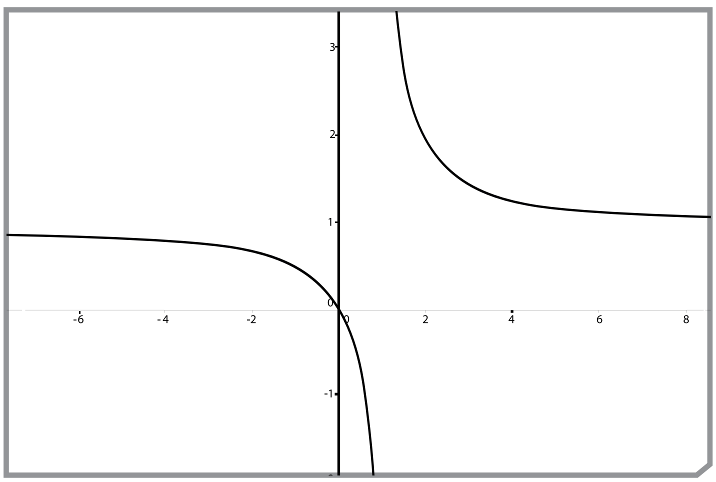
g. Haciendo uso de diferentes colores, encierra cada función junto a su representación gráfica, con el dominio correspondiente:.

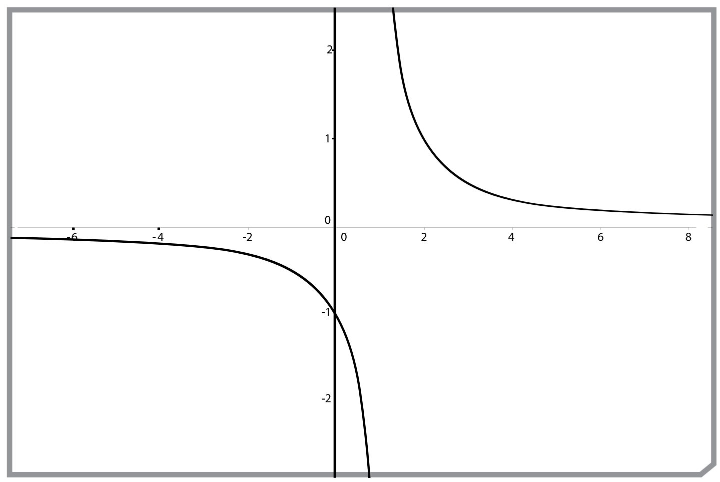




$$d(x) = \frac{2}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$k(x) = \frac{2x-1}{4x^2+1}$$





$$d(x) = \frac{2}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$k(x) = \frac{2x-1}{4x^2+1}$$

1. $D_k = \forall x \in \mathbb{R} - \{-1/4\}$

2. $D_d = \forall x \in \mathbb{R}$

3. $D_k = \forall x \in \mathbb{R}$

4. $D_d = \forall x \in \mathbb{R} - \{\sqrt{3}\}$

5. $D_k = \forall x \in \mathbb{R};\ x \in [3,\ \infty+]$

6. $D_d = \forall x \in \mathbb{R};\ x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Actividad 3: caracteriza el producto de funciones

A partir de lo visto en la sección "actividad 2" del aplicativo Geogebra, halla de manera individual el dominio y el rango para las siguientes parejas de funciones, y su producto.

a. $s(x) = 2x^3 - x + 5 \quad y \quad l(x) = -2$

b. $r(x) = x - 1 \quad y \quad h(x) = 3x^2$

c. $n(x) = \dfrac{x}{x-1}$ y $p(x) = \sqrt{9 - x^2}$

A partir de lo visto en la sección "actividad 3" del aplicativo Geogebra, observa la siguiente información; con ella darás respuesta a una consignas más adelante.

a. Como se ha hallado el dominio en actividades anteriores se halla el dominio para las dos funciones $h(x) = 3x^2$ y $m(x) = \dfrac{1}{2x - 3}$

b. Por ser h(x) una función polinómica su dominio será el conjunto de los números reales. y para m(x) por ser una función racional su dominio serán todos los reales excepto 3/2

c. Ahora bien, el rango para ambas funciones será el conjunto de los números reales.

d. El dominio para el cociente entre las dos funciones será como en ocasiones anteriores, la intersección de los dominios individuales de las funciones que componen el cociente, es decir:

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{3/2\}$$

De acuerdo a lo visto hasta el momento, de manera individual responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué tipo de función representa la función cociente entre h(x) y n(x)?

b. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de h(x) y de n(x)?

c. ¿Cuál es la intersección de los dominios de h(x) y n(x)?

d. ¿Cuál es el cociente entre h(x) y n(x) y su gráfica?

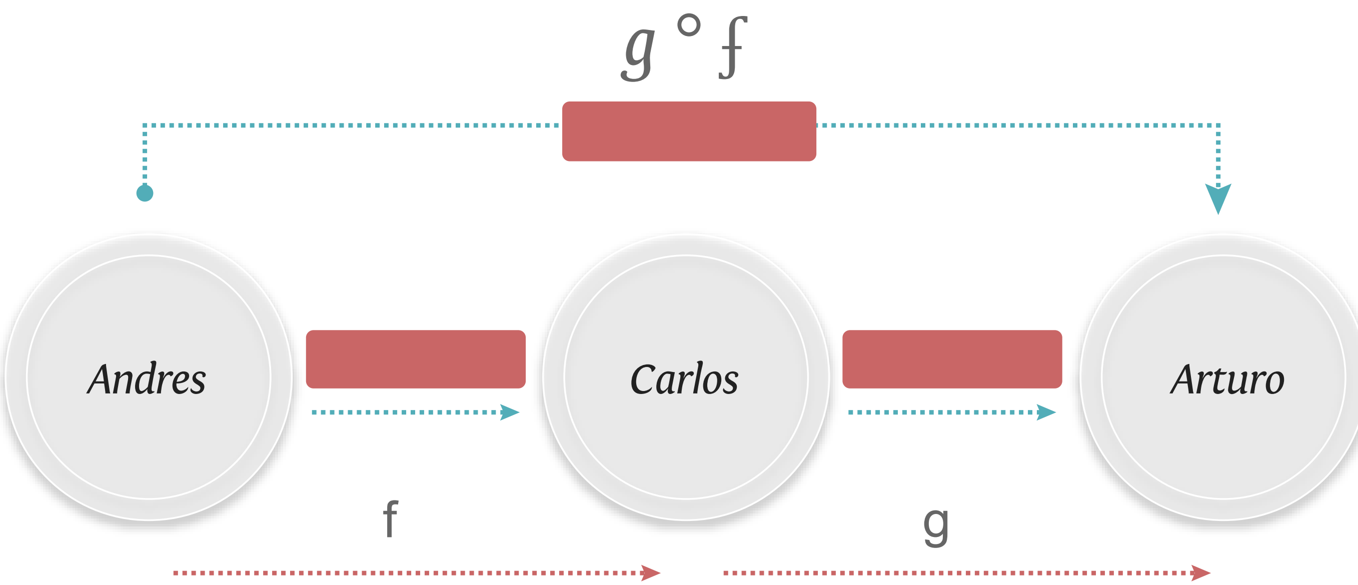
e. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de h(x) y de n(x)?

f. ¿Cuál es la intersección de los dominios de h(x) y n(x)?

g. ¿A qué conclusión puedes llegar después de haber trabajado todo lo anterior, con respecto al dominio y rango del cociente de funciones?

Actividad 4: "Caracteriza la composición de funciones

Con base en la información que se te presenta y las indicaciones de tu docente, escribe en los espacios dados la relación entre las imágenes.



Abuelo de

Tataranieto de

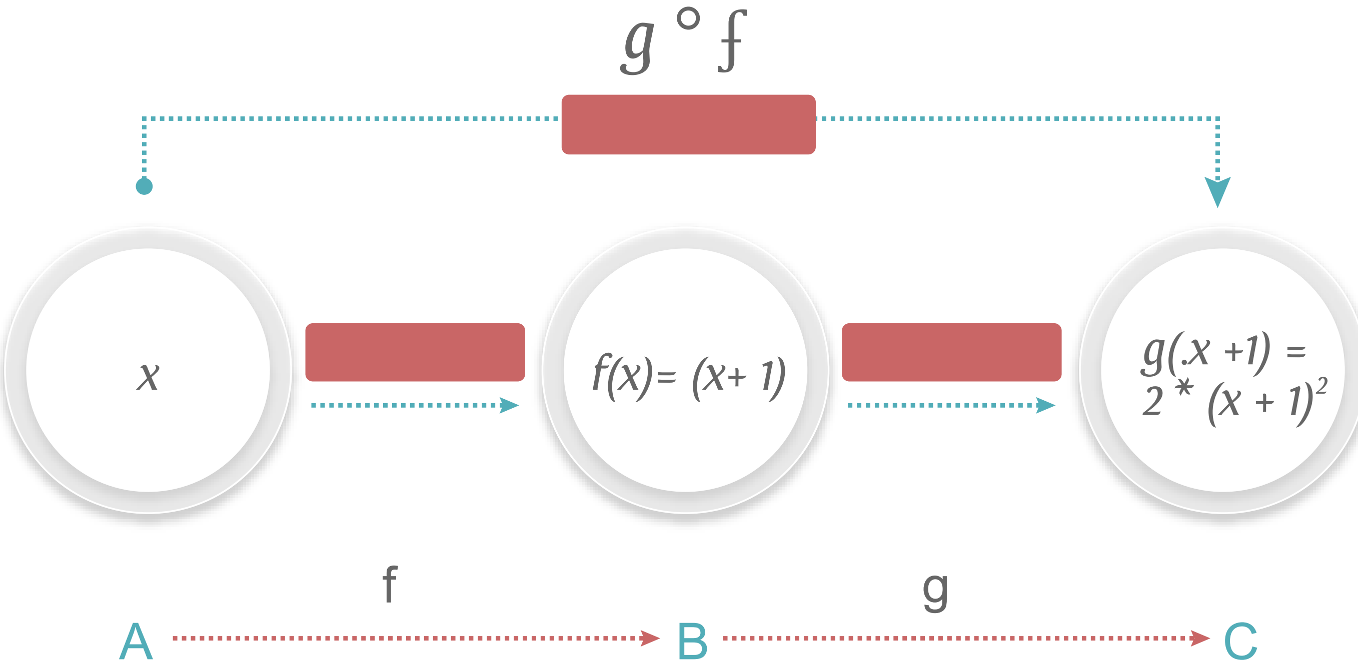
Padre de

es nieto de

es hijo de

Sobrino de

De acuerdo con lo anterior y a la explicación de tu docente, propón la relación existente entre los siguientes conjuntos nombrando las funciones correspondientes. Apóyate en las preguntas guía.



a. ¿Qué le sucede al elemento x a través de la función f?

b. ¿Qué le sucede al elemento x+1 a través de la función g?

b. ¿Qué le sucede al elemento x a través de la función compuesta g f?

Con base en la siguiente información, resuelve las consignas que se te presentan.

Paso	Información y Referencias
Composición de funciones	La composición de funciones radica en evaluar a una función en otra. Por lo que dos funciones como: $f(x) = x + 1$ y $g(x) = 2 * x^2$ Tendrían como composición $g°f(x)$ $g°f(x) = 2 * (x + 1)^2$ Resultado en: $g°f(x) = 2x^2 + 4x + 2$
Obtención Del Dominio	La obtención del dominio de una función compuesta es similar a la obtención del dominio de cada una de las funciones iniciales, para el ejemplo tenemos que el dominio de f(x) y el de g(x) es el conjunto de los números reales. $f(x) = x + 1$ y $g(x) = 2 * x^2$ Por lo que el dominio de $g°f(x)$ por ser una función polinómica $g°f(x) = 2x^2 + 4x + 2$ será también el conjunto de los números reales.

Paso	Información y Referencias
Composición doble de funciones	Para un ejemplo de composición doble tomemos a: $r(x) = x - 1$; $h(x) = 3x^2$ y $m(x) = \frac{1}{2x - 3}$ Hallemos $a\ h \circ m \circ r\ (x)$ Resultando en: $h \circ m \circ r\ (x) = 3\left(\frac{1}{2(x-1)-3}\right)^2$ ¿Cual será el dominio de la composición?

a. ¿Con base en lo anterior y en lo visto hasta el momento en la clase, plantea una conclusión con respecto a la obtención del dominio de una función compuesta.

b. Realiza la composición $r \circ m \circ h\ (x)$

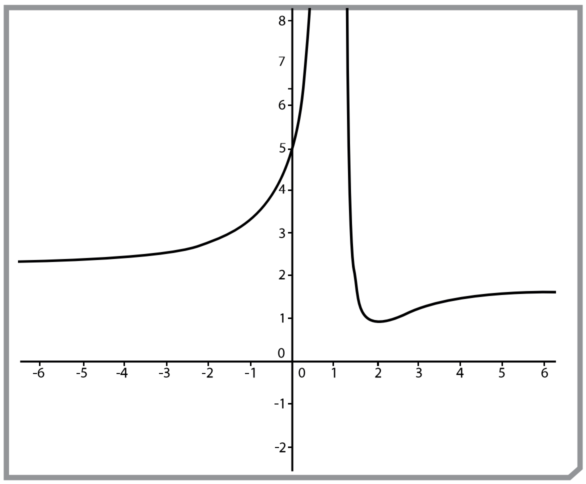
De acuerdo a lo que se ha trabajado en la clase hasta el momento, vincula la composición de funciones con su respectiva gráfica señalándola

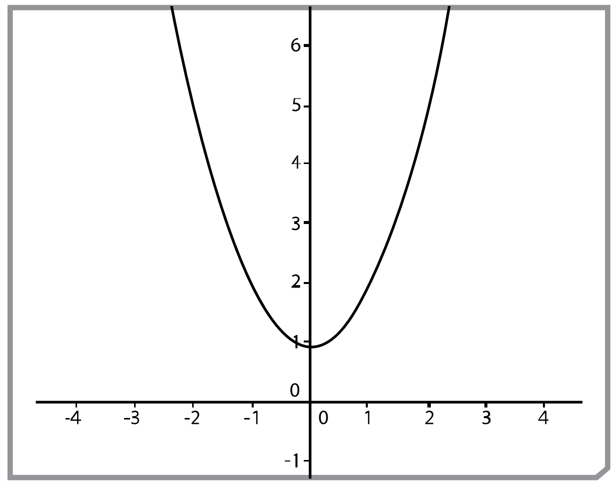
$$o(x) = \frac{1}{-x+1}$$

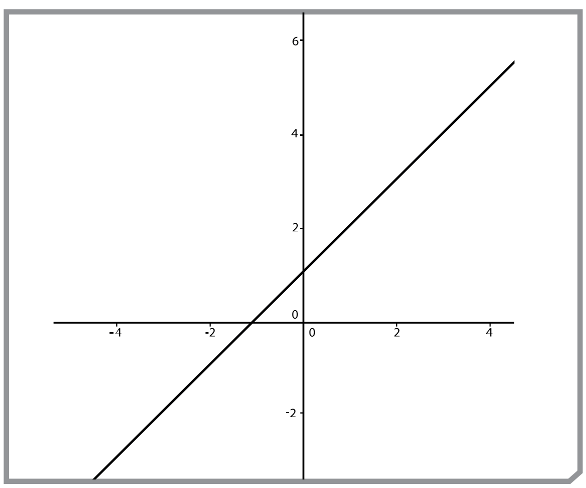
$$p(x) = x + 1$$

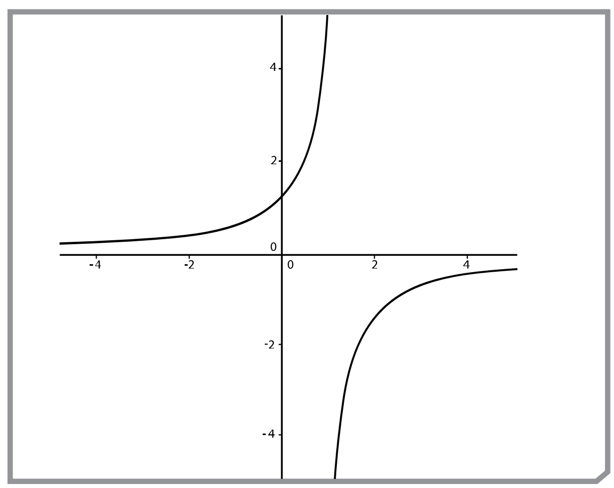
$$m(x) = x^2 + 1$$

$$m^\circ\, p^\circ\, o = \left(\left(\frac{1}{-x+1}\right) + 1\right)^2 + 1$$









Halla el dominio de la siguiente composición y encierra el dominio que le corresponde dentro de las opciones, luego discute con un compañero tu respuesta.

$$o(x) = \frac{1}{-x+1} \quad ; \quad p(x) = x + 1 \quad y \quad m(x) = x^2 + 1$$

$$m^\circ\, p^\circ\, o = \left(\left(\frac{1}{-x+1}\right) + 1\right)^2 + 1$$

$\forall x \in \mathbb{R}; x \in [-2, 2]$

$\forall x \in \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}-$

$\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

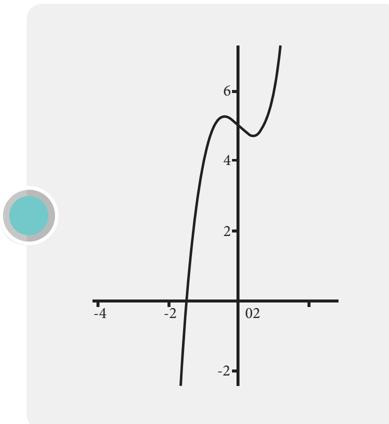
$\forall x \in \mathbb{R}; x \geq 0$

Explica por qué

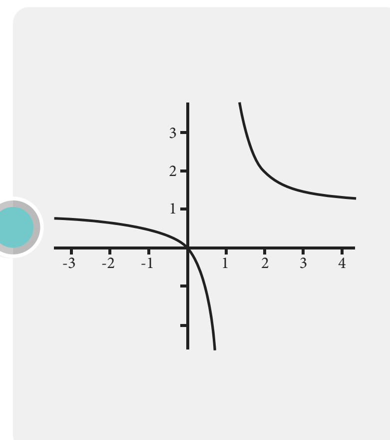
Resumen

De manera individual une a cada función con su respectiva gráfica.

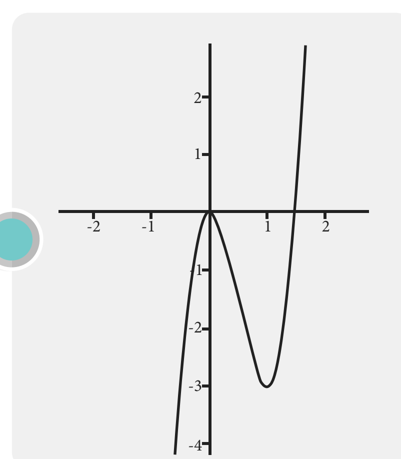
$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$



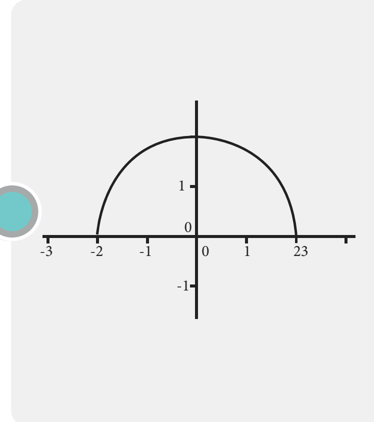
$$\frac{h(x)}{m(x)} = 3x^2 / \frac{1}{2x - 3}$$



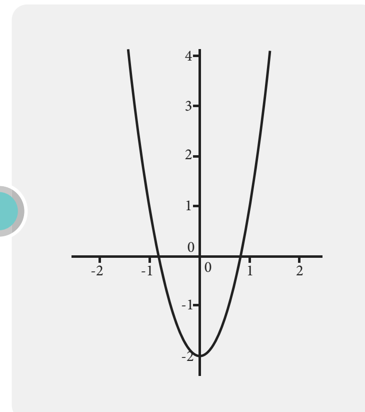
$$n(x) = \frac{x}{x - 1}$$



$s(x) = 2x^3 - x + 5$



$g(x) = 3x^2 - 2$



De manera individual empareja por medio de un color diferente a cada función con su respectivo domino, y hállale el rango a cada función:

$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

$\forall x \in \mathbb{R}; x \in - [-2,2]$

$g(x) = 3x^2 - 2$

$\forall x \in \mathbb{R}$

$\dfrac{h(x)}{m(x)} = 3x^2 / \dfrac{1}{2x - 3}$

$\forall x \in \mathbb{R} - \{3/2\}$

$s(x) = 2x^3 - x + 5$

$\forall x \in \mathbb{R}$

$n(x) = \dfrac{x}{x - 1}$

$\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

Tarea

Con base en las funciones de la actividad introductoria, realiza las siguientes consignas de manera individual.

a. Halla el dominio y rango de las funciones a las que aún no se les ha hallado?

b. Opera la suma de las parejas faltantes y halla su respectivo dominio y rango

c. Realiza tres composiciones dobles con las funciones trabajadas en la introducción, hallándoles su dominio.

d. Concluye con respecto a la obtención del dominio para cada una de las operaciones trabajadas hasta el momento.