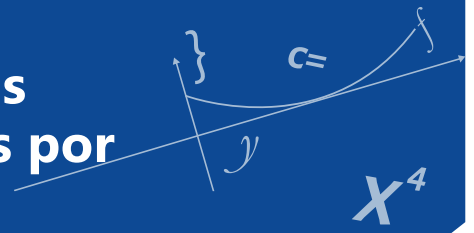


Construcción de formas geométricas generadas por procesos iterativos.



Nombre: _____ Curso: _____



Introducción

La construcción de figuras a partir de otras figuras ha permitido realizar grandes construcciones arquitectónicas, tal como la Torre Eiffel en París Francia que hace uso de figuras planas superpuestas para soportar su peso por medio de planos con triángulos rectángulos; de igual forma el edificio central de la inteligencia estadounidense, haciendo uso del pentágono; y el museo de Louvre en París y muchos más.

Actividad Introductoria: Juguemos.



Con ayuda de los materiales que se te solicitaron y de forma individual realiza las siguientes consignas, para luego responder las preguntas.

- En medio pliego del papel bond, traza un recuadro de margen ancha, haciendo uso del marcador.
- Cubre la totalidad del recuadro trazado, haciendo uso de todas las formas poligonales que recuerdes.
- Da color a tu creación haciendo uso de tus colores.

1. ¿Qué nombre es dado a cada una de las figuras poligonales que utilizaste?

2. ¿Diste prioridad a alguna forma poligonal en tu dibujo?

3. ¿Recuerdas las características particulares de las formas poligonales que utilizaste?

4. ¿Tu dibujo, se parece a algo en particular?

Ya con tu dibujo realizado anteriormente y con las respuestas dadas, realiza las siguientes consignas:

- Presenta y socializa a tus compañeros la obra de arte que elaboraste a base de figuras poligonales.
- Por medio de una votación secreta, en compañía de todo tu grupo elige el dibujo que consideren presenta un mejor trabajo.

Apunta a continuación el nombre del estudiante creador de la mejor obra de arte por su utilización de las figuras poligonales elegida según la votación en el grupo de tus compañeros:

Objetivos

- » Reconocer procesos infinitos por medio de construcciones realizadas por repetición de algoritmos.
- Ampliar los algoritmos aprendidos en sus cursos de geometría, iterándolos infinitas veces.

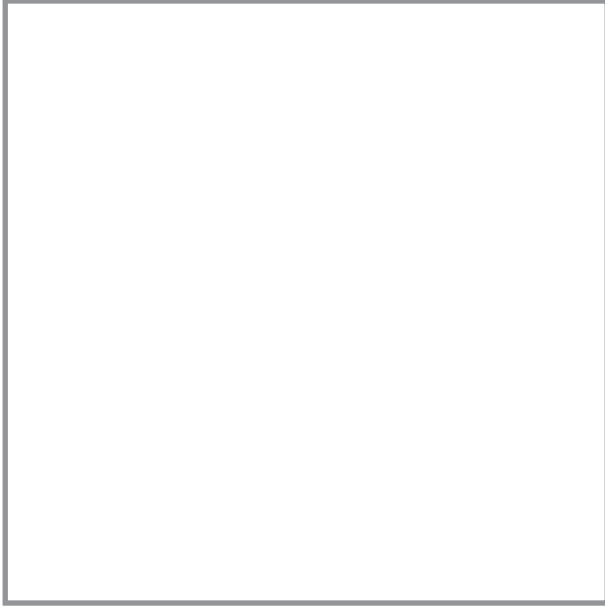
Actividad 1:Obteniendo nuevas formas.

 Realiza las siguientes consignas de manera individual, de acuerdo a la indicación que se presenta:

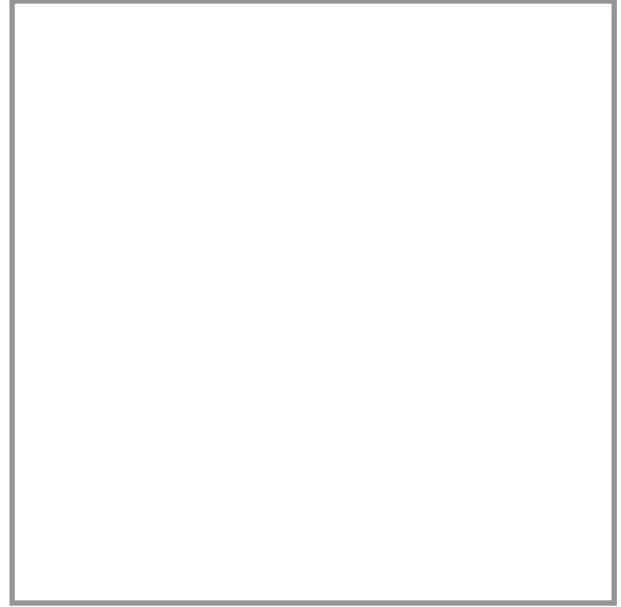
- a. Recubre el siguiente cuadrado haciendo uso de círculos



b. Recubre el siguiente cuadrado haciendo uso de triángulos equiláteros.



c. Recubre el siguiente cuadrado haciendo uso de cuadrados.



Con base en lo realizado hasta el momento, responde de forma individual las siguientes preguntas, luego socializaremos los trabajos realizados y veremos qué es un recubrimiento:

1. ¿Al realizar el recubrimiento, te quedaron espacios huecos?

2. ¿Las figuras que utilizaste, quedaron superpuestas?

3. ¿Es posible cubrir totalmente una superficie determinada, haciendo uso de cualquier forma poligonal?

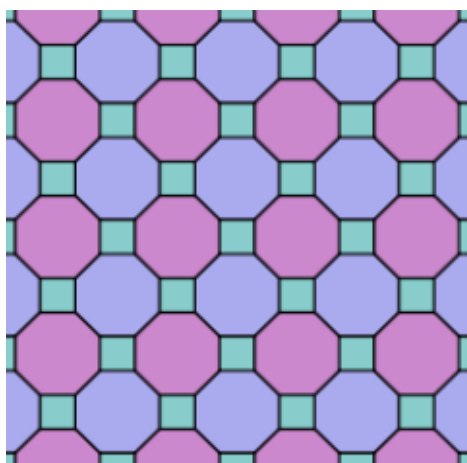
Para tu información:

Recubrimiento

Para cubrir completamente una superficie plana con figuras poligonales, como los cuadrado anteriores; se debe hacer un *Teselado*, el cual consiste en establecer una regularidad o patrón de figuras que cubre o pavimenta completamente una superficie plana y que debe cumplir con dos requisitos:

1. No pueden quedar huecos.
2. No se pueden superponer las figuras.

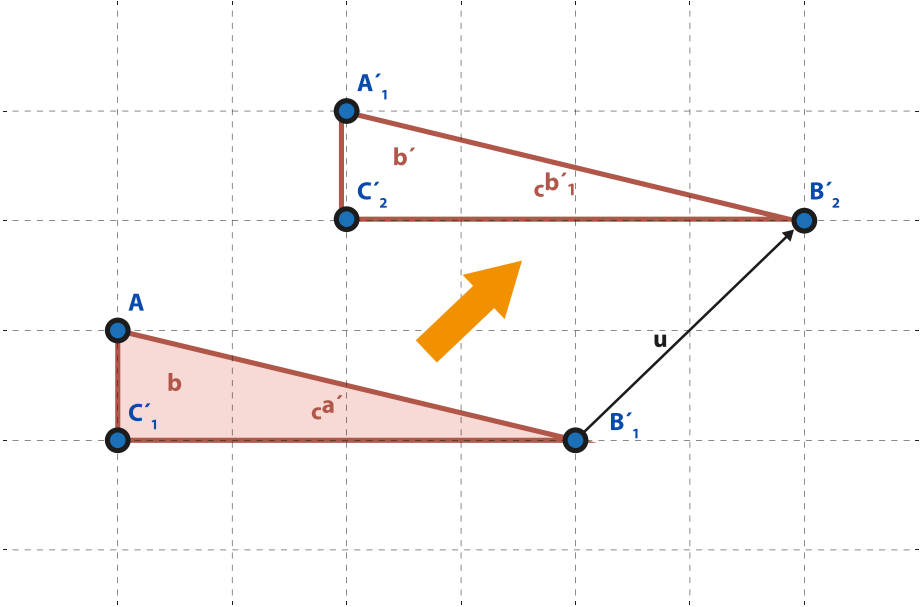
Los teselados, se crean usando Transformaciones Isométricas sobre una figura inicial.



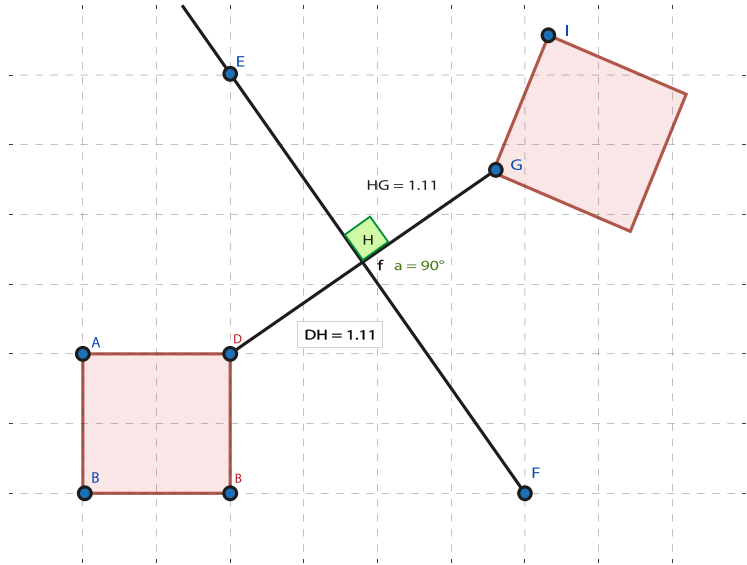
¿Qué son transformaciones isométricas?

Las transformaciones isométricas son transformaciones de figuras en el plano, que se realizan sin variar las dimensiones ni el área de las mismas; la figura inicial y la final son semejantes y geoméricamente congruentes.

Revisaremos los tres tipos que hay, apóyate en el siguiente cuadro y su respectiva imagen de referencia.

Tipo de transformación	Información e imagen de referencia
<p style="text-align: center;">Traslación</p>	<p>Realiza un cambio de posición o lugar en el espacio, manteniendo las direcciones y longitudes de todos sus elementos.</p> <p>Este movimiento, puede realizarse por medio de un vector o por dos puntos (el origen y el destino).</p> 
<p style="text-align: center;">Simetría</p>	<p>Consiste en la correspondencia exacta de la figura con respecto a un punto central, una recta o eje, o con respecto a un plano.</p> <p>Encontramos la simetría Axial:</p> <p>Es una transformación respecto a un eje de simetría, en el cual, a cada punto de una figura se asocia otro punto llamado imagen, que cumple las siguientes condiciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La distancia de un punto y su imagen al eje de simetría, es la misma. 2. El segmento que une un punto y con su imagen, es perpendicular al eje de simetría. <p>De este modo, en una simetría de este tipo, se conservan las distancias pero no la dirección de los ángulos.</p>

Simetría

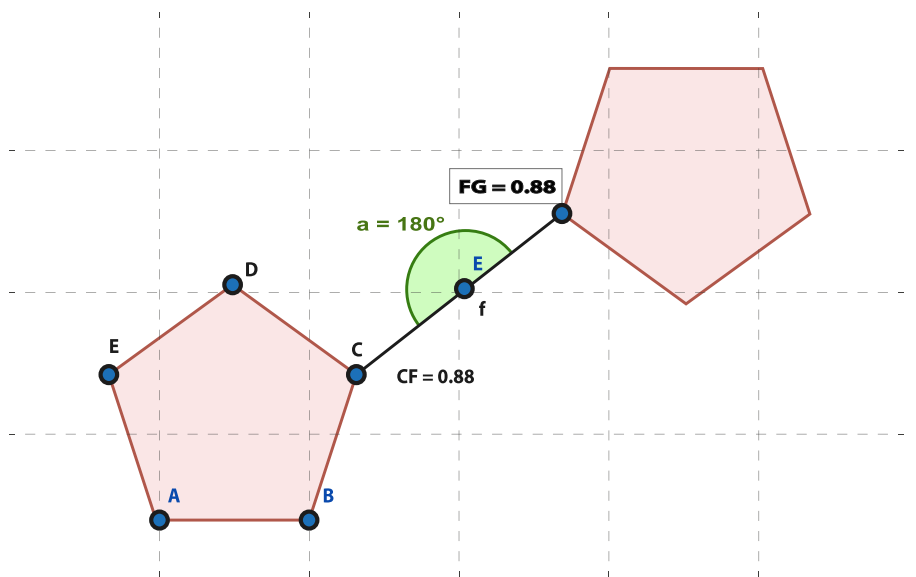


De igual forma encontramos la Simetría Central:

En esta simetría a cada punto de la figura inicial se le asocia otro, que debe cumplir las siguientes:

1. El punto y su imagen, deben estén a igual distancia de un punto llamado centro de simetría.
2. El punto, su imagen y el centro de simetría pertenezcan a una misma recta.

Al dar cumplimiento a estas dos condiciones, con una simetría central, se obtiene la misma figura con una rotación de 180°.

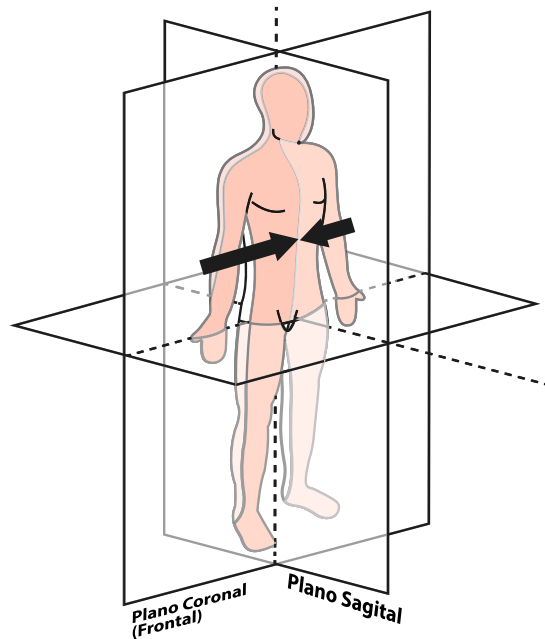


Simetría

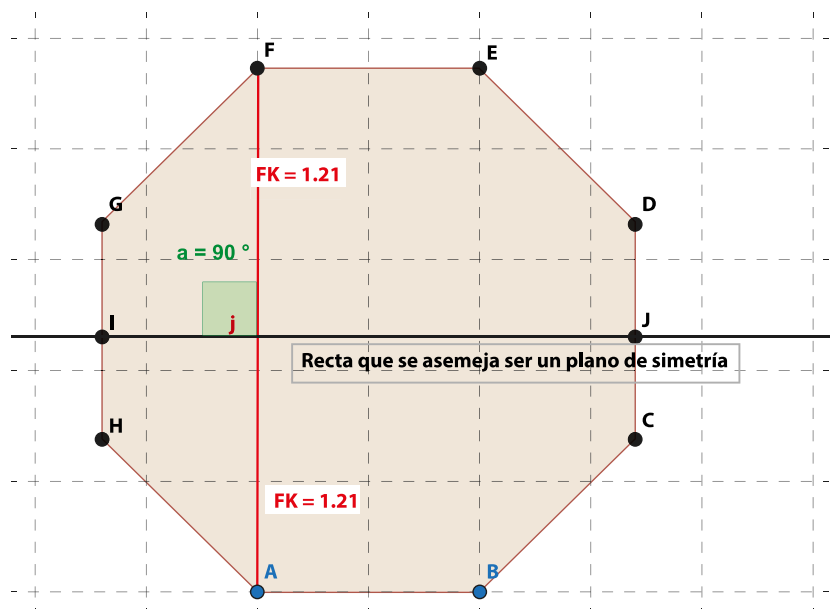
Y para finalizar las simetrías, encontramos la simetría especular o bilateral:

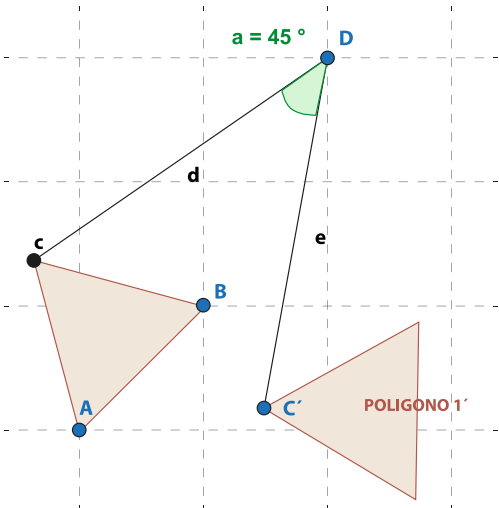
Es una transformación respecto a un plano de simetría, en la que a cada punto de una figura se asocia a otro punto llamado imagen, que cumple las siguientes condiciones:

1. La distancia de un punto y su imagen al plano de simetría, es la misma.
2. El segmento que une un punto con su imagen, es perpendicular al plano de simetría.

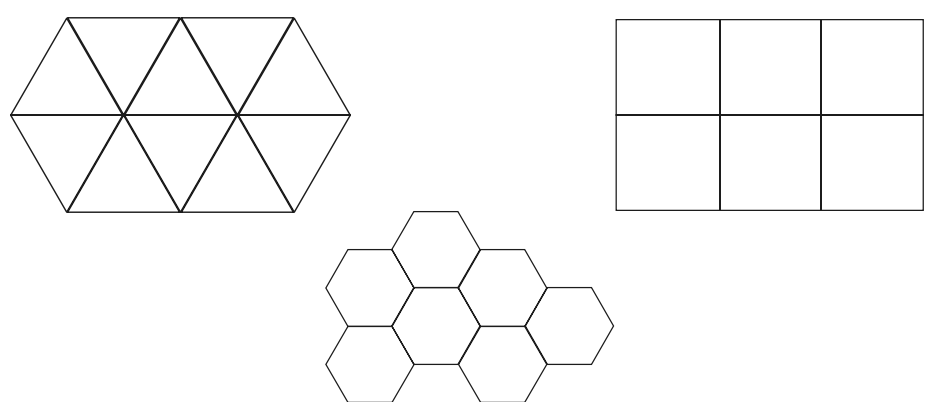


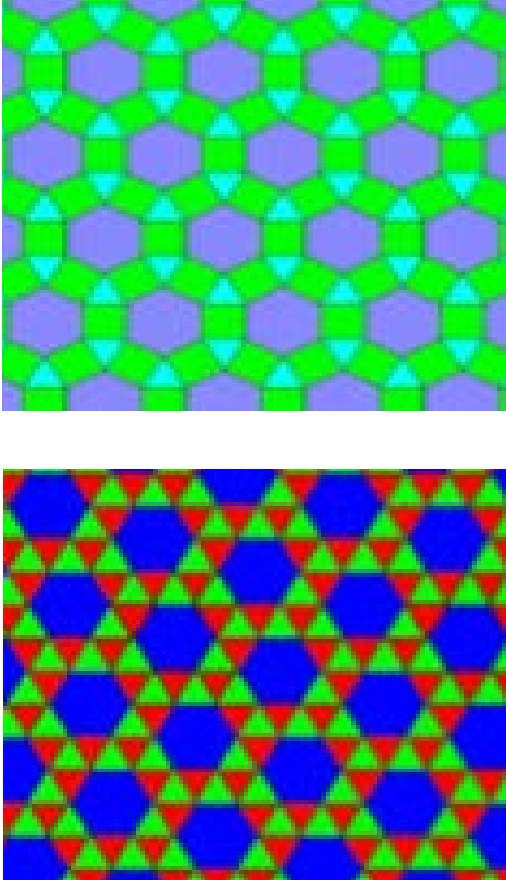
O en una figura plana.



Tipo de transformación	Información e imagen de referencia
<p style="text-align: center;">Rotación</p>	<p>Es un movimiento de cambio de orientación de un cuerpo, de forma que, dado un punto cualquiera del mismo, este permanece a una distancia de un punto fijo, y tiene las siguientes características:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Un punto denominado centro de rotación. 2. Un ángulo. 3. Un sentido de rotación. 

Así mismo, Recordemos cuales son los tipos de Teselados para continuar con nuestro trabajo de construcción de nuevas formas:

Tipo de teselado	Información e imagen de referencia
<p style="text-align: center;">Regulares</p>	<p>Los cuales se elaboran a partir de los únicos polígonos regulares que cubren completamente una superficie plana: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono. Pues es necesario que la unión en cada vértice sume 360 para que no queden espacios huecos y los únicos polígonos regulares que suman 360° al unirlos por sus ángulos, interiores son estos tres.</p> 

Tipo de teselado	Información e imagen de referencia
Semiregulares	<p>Son aquellos que contienen 2 o más polígonos regulares en su formación. Un teselado semiregular, cumple las siguientes propiedades: Está formada sólo por polígonos regulares. El arreglo de polígonos es idéntico en cada vértice.</p> 

Después de revisar la información anterior y las imágenes de referencia, realiza de manera individual las siguientes consignas:

- Realiza, en un cuarto de pliego de papel bond, un teselado regular a partir de los movimientos recordados.
- Realiza, en un cuarto de pliego de papel bond, un teselado semiregular a partir de los movimientos recordados.


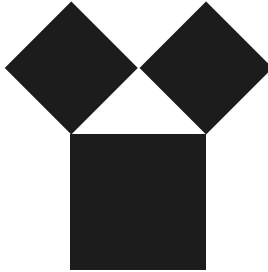
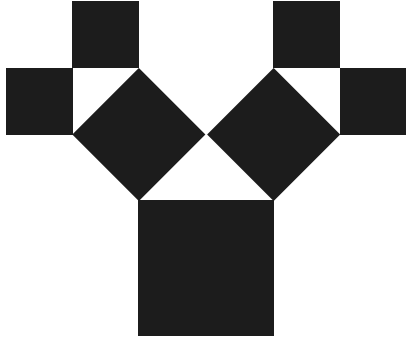
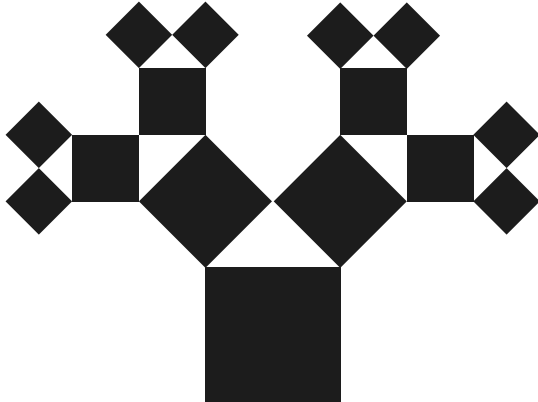
De igual manera,

- Haciendo uso de cuadrados (de diferentes tamaños), realiza la forma de algún objeto de tu interés.
- Haciendo uso de cuadrados (de diferentes tamaños), realiza la forma de un árbol.

Ahora bien, a partir de los cubrimientos es posible ver cómo se usan las figuras poligonales para desarrollar nuevas formas. Revisa la siguiente información sobre la construcción del Árbol de Pitágoras

Instrucciones:

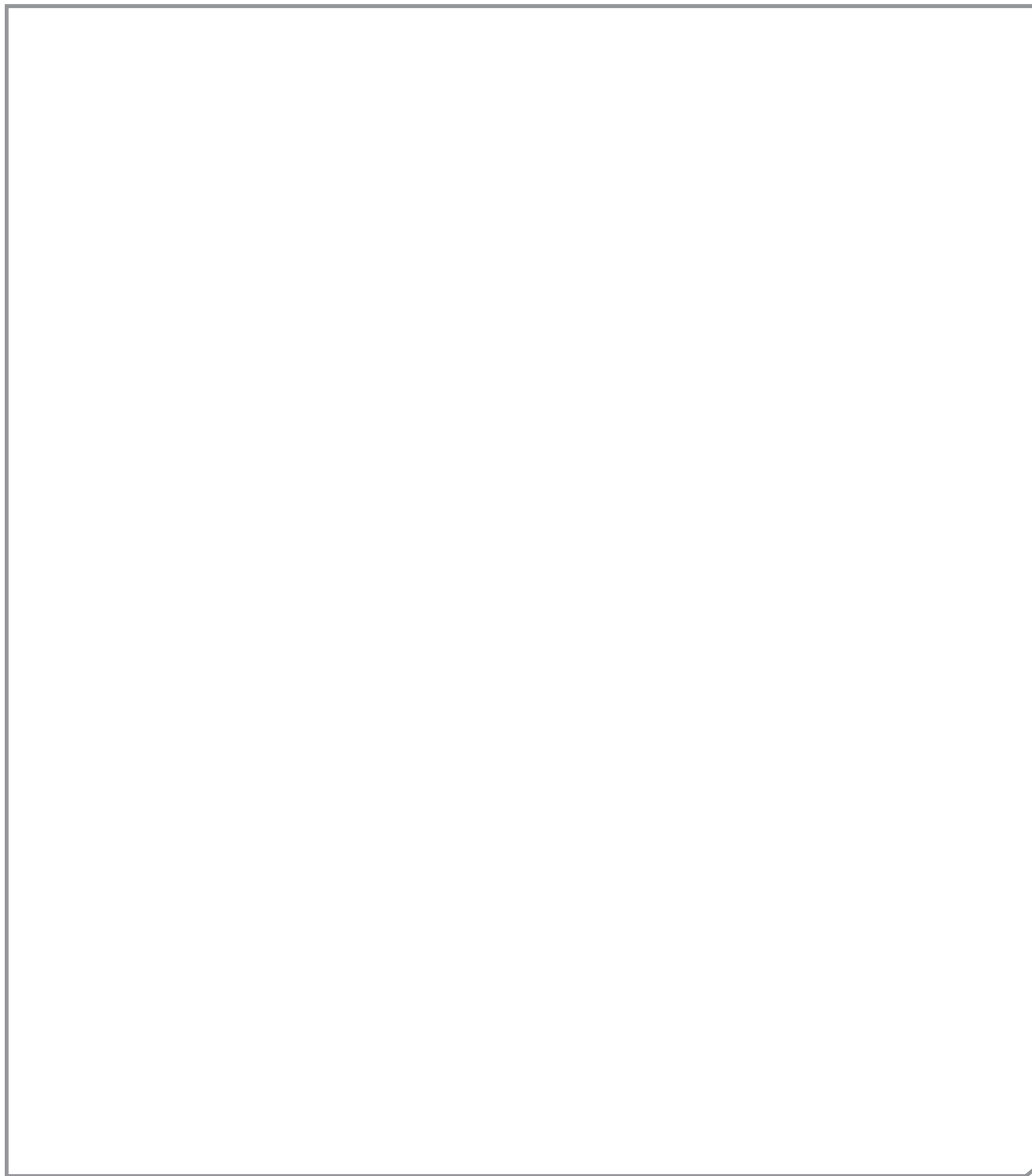
Sigue atentamente las instrucciones y realiza lo que en cada una de ellas se describe. Utiliza las imágenes como referentes.

Instrucción	Imagen de referencia
Comienza dibujando un cuadrado que servirá de guía.	
Sobre esta plaza, se construyen dos cuadrados.	<p>Cada uno de los cuadrados debe estar reducido por un factor lineal de $1/2 \times \sqrt{2}$ de tal manera que las esquinas de las plazas coinciden dos a dos.</p> 
Aplica el anterior procedimiento para las dos plazas más pequeñas.	
Aplica el anterior procedimiento de manera recursiva, es decir, continúa el mismo procedimiento. Se puede realizar de forma infinita.	

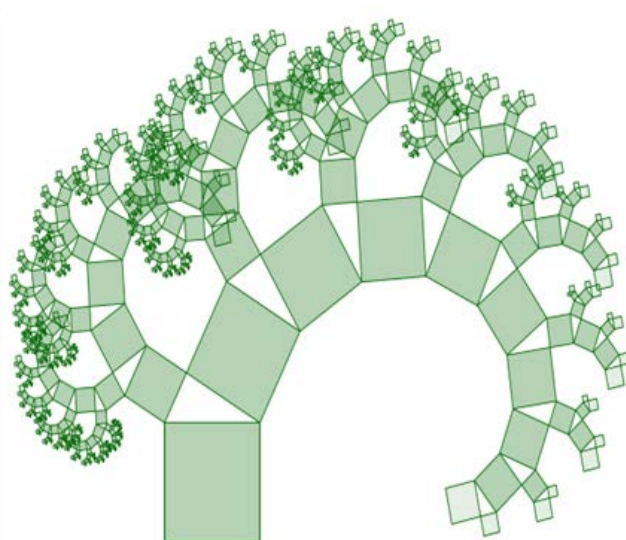
El anterior procedimiento, se puede repetir tantas veces como se quiera y obtendremos un *Fractal*, conocido como *Árbol de Pitágoras*, el cual fue construido por primera vez por el profesor de matemáticas Albert E. Bosman (1891-1961), en Holanda en 1942.

Con base en la información anterior realiza de manera individual las consignas que se plantean a continuación:

- Repite la construcción realizada, hasta obtener un árbol.
- Pinta tu construcción de forma armónica, para obtener la semejanza a un árbol.



Revisemos algunas construcciones de Árboles de Pitágoras:



Responde de manera individual la siguiente pregunta, luego socialízala con tus compañeros cuando el docente te lo indique.

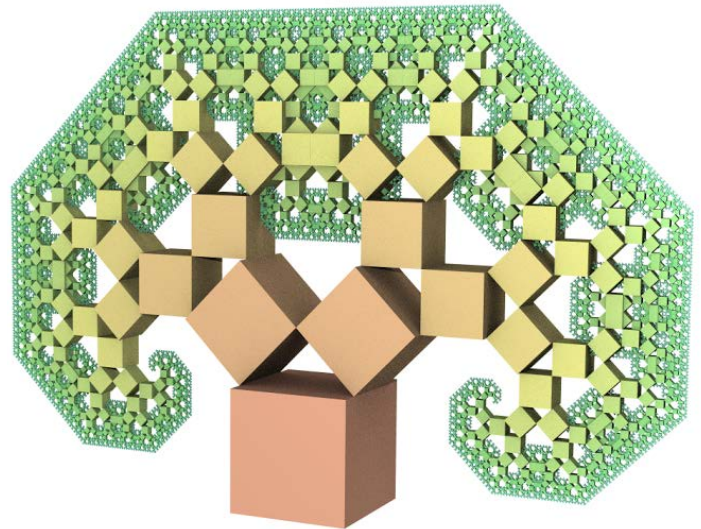
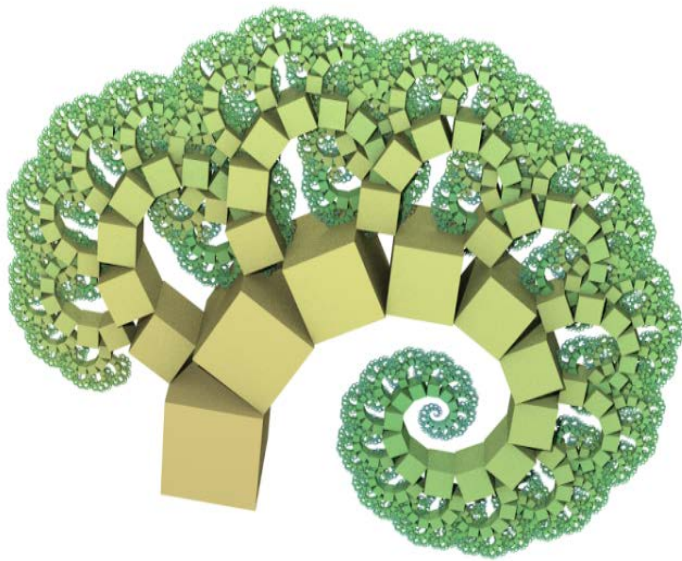


- ¿Es posible realizar estos árboles, generando un cubo a partir de cada cuadrado?

Si ¿Cómo?

No ¿Por qué?

Revisemos algunas construcciones de Árboles de Pitágoras:



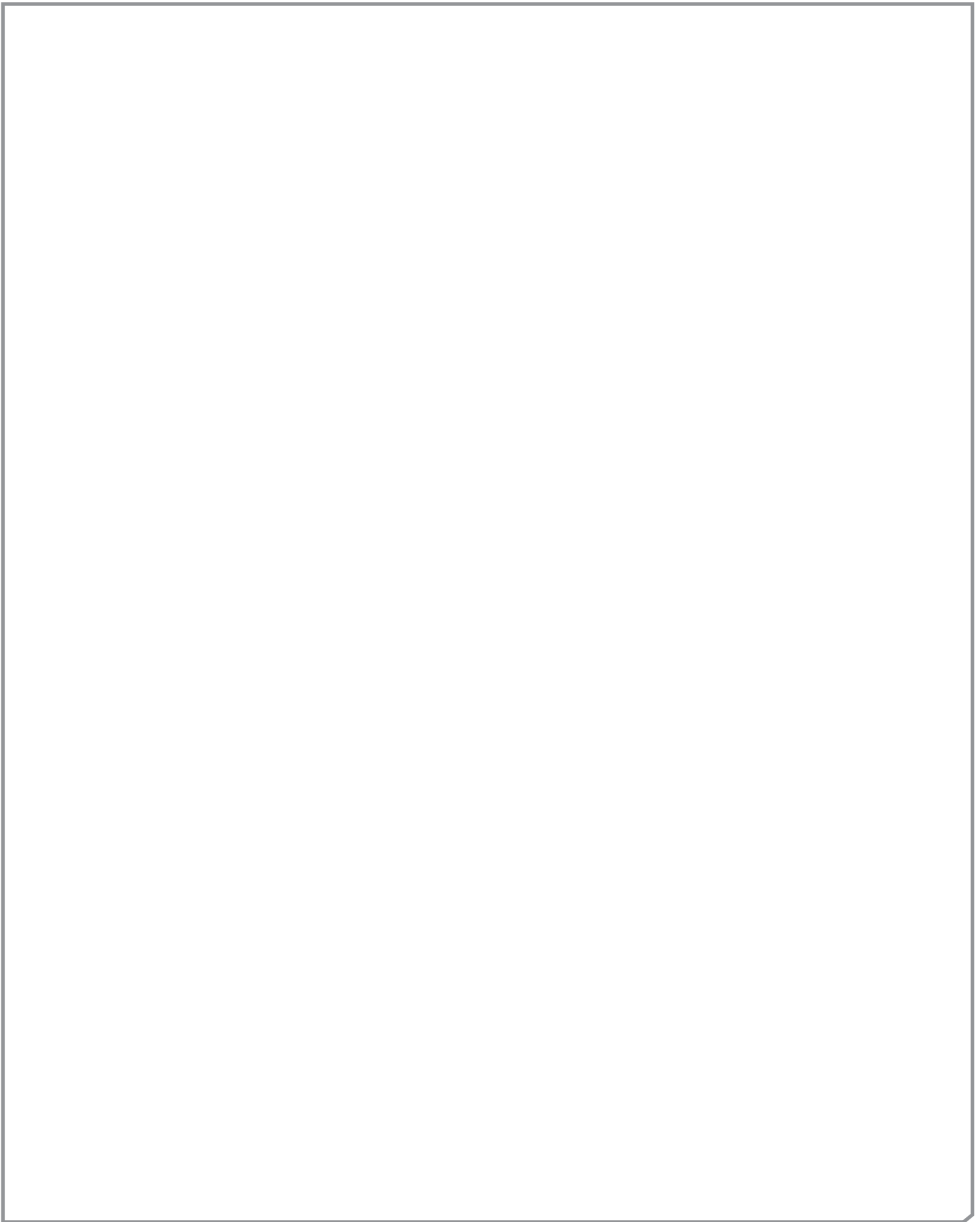
Actividad 2: Generalizas y predices.



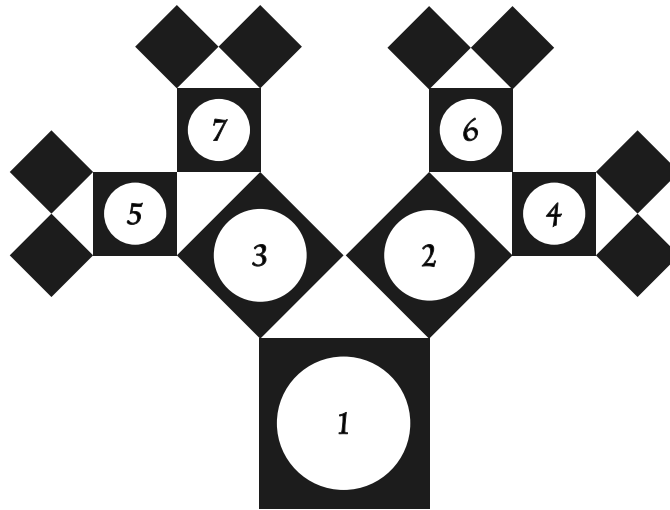
Con base en la actividad anterior y lo visto en clase, realiza de manera individual las siguientes consignas; al terminar de realizarlas socializaremos los resultados.



1. Dibuja, la primera versión del árbol de Pitágoras.



2. Enumera tus 7 primeros cuadrados en el siguiente:



A large empty rectangular box for the student to write their answer.

3. Determina el área de los primeros 7 cuadrados utilizados y consigna la información en la siguiente tabla:

Número de cuadrado	Área
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Con base en lo trabajado anteriormente responde los siguientes cuestionamientos de manera individual. Luego socializaremos algunas de las respuestas dadas por algunos de tus compañeros de clase.

1. ¿Es posible establecer alguna generalización, a partir de la determinación del área de los siete primeros cuadrados?

Si ¿Cuál?

No ¿Por qué?

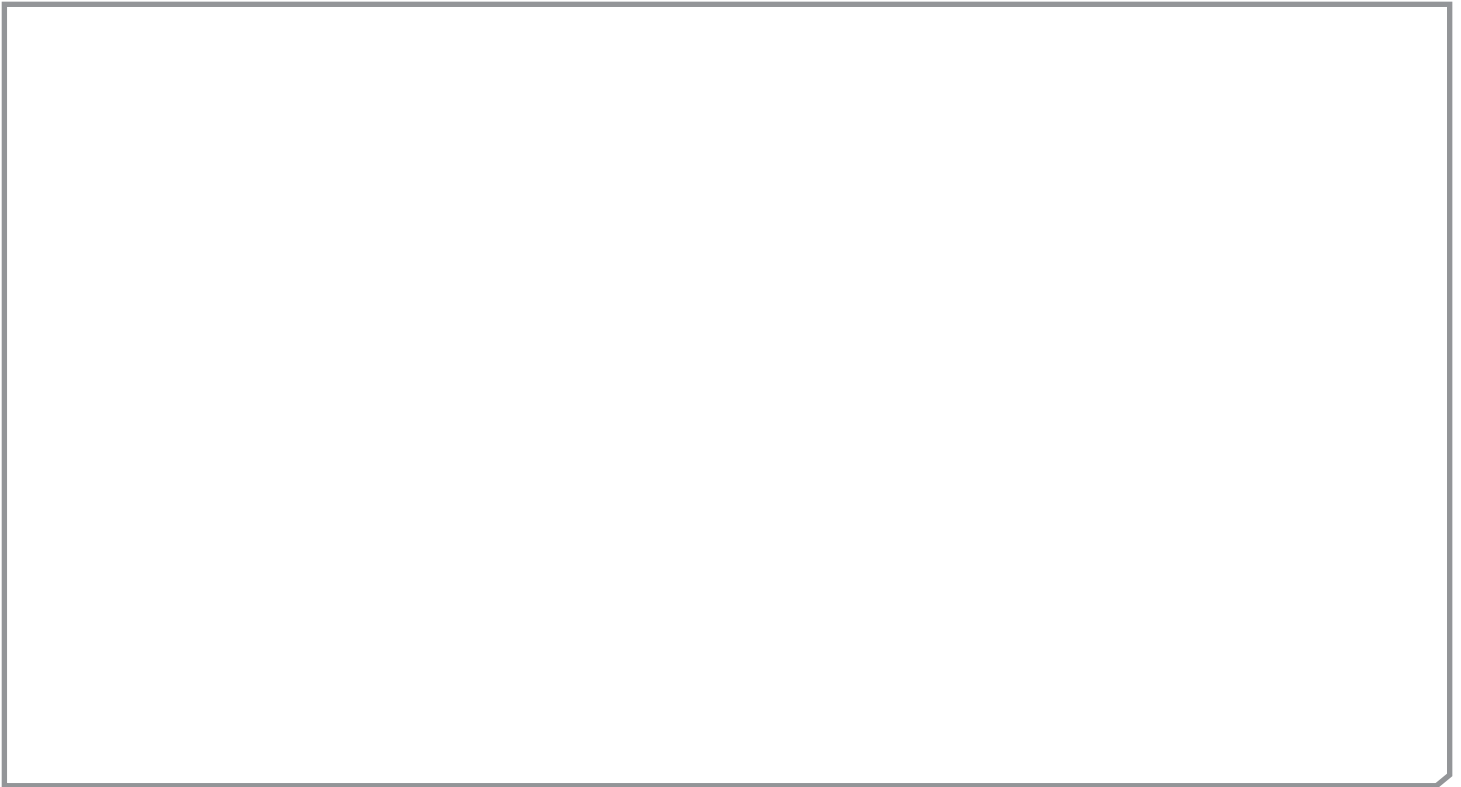
2. ¿A partir de lo consignado en la tabla, puedes predecir el área de los siguientes cuadrados?

Si ¿Cuál?

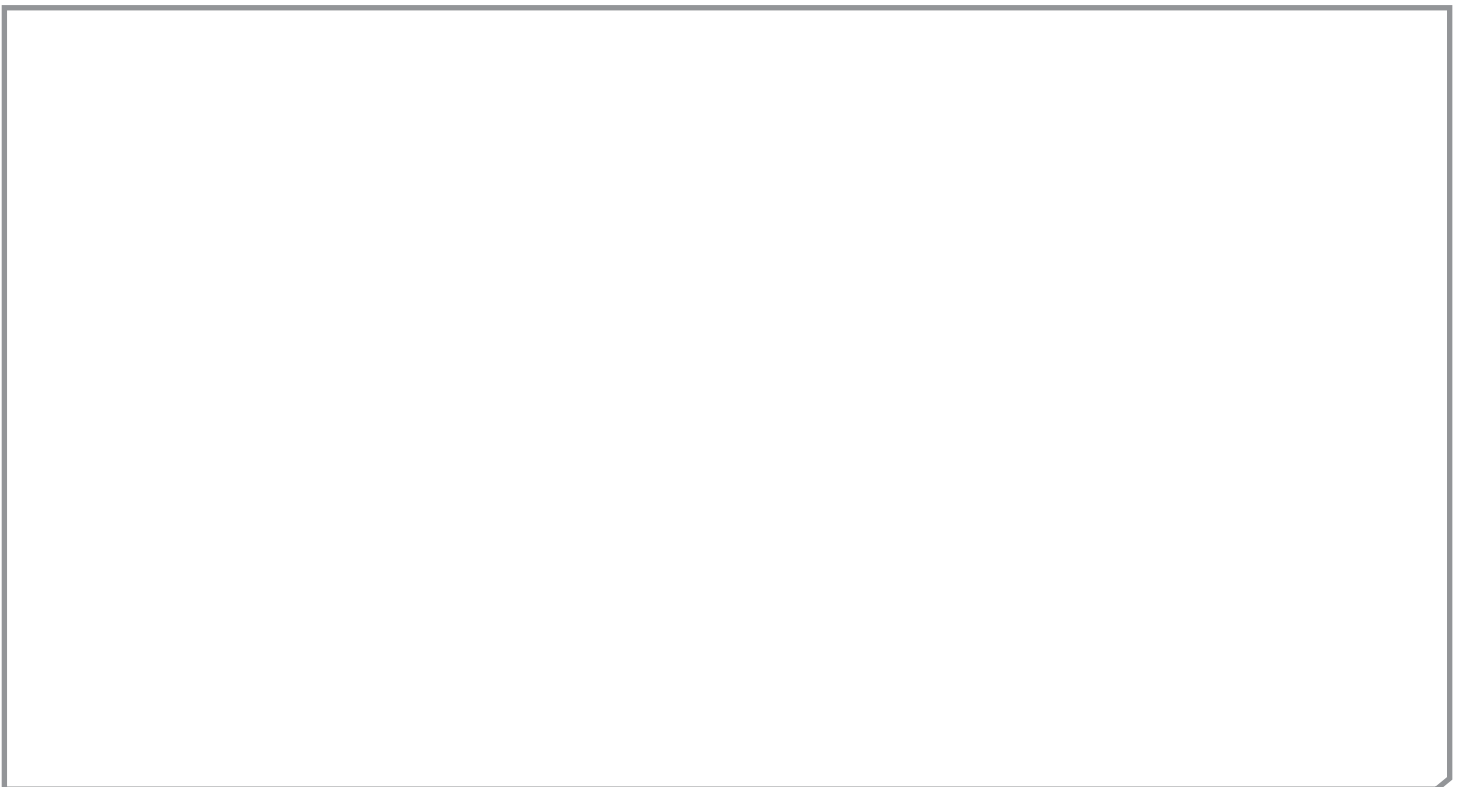
No ¿Por qué?

Ahora que has respondido los anteriores cuestionamientos, resuelve las siguientes consignas de manera individual.

1. A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 10 cm².



2. A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 15 cm².



3. A partir de triángulos equiláteros y hexágonos elabora un teselado en un área de 20 cm².



Basándote en lo que has desarrollado hasta este momento y en los teselados construidos anteriormente, resuelve las siguientes consignas y preguntas de manera individual:

1. Completa la información solicitada en la tabla que relaciona el área del teselado con el tipo de figura usada.

Área del teselado	Número de triángulos completos	Número de hexágonos completos
10 cm ²		
15 cm ²		
20 cm ²		

2. ¿Es posible predecir el número de triángulos de un teselado de 25cm^2 , 30cm^2 y 35cm^2 ?

3. ¿Es posible predecir el número de hexágonos de un teselado de 25cm^2 , 30cm^2 y 35cm^2 ?

4. ¿Es posible predecir el número de triángulos y de hexágonos, que se obtendrían al repetir infinita veces la construcción del teselado de 10cm^2 ?



Resumen

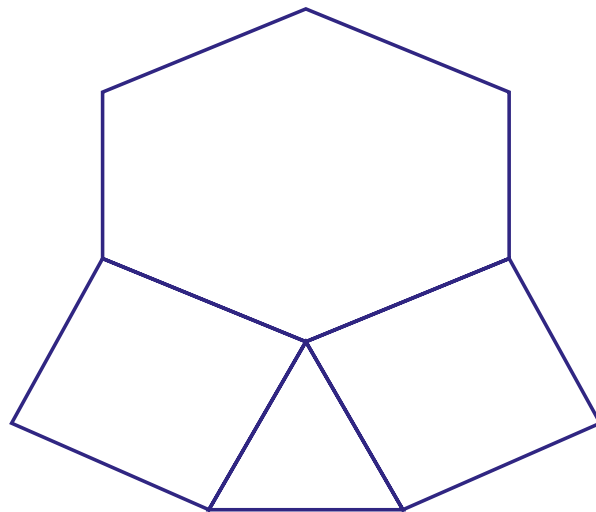


En compañía de tres de tus compañeros, lee con atención la siguiente situación que será la base para la actividad.

Camilo, desea remodelar el piso de su cuarto. Ha buscado diferentes opciones, pero no ha encontrado algo que llame su atención. Después de buscar en diferentes lugares, ha optado por hacer una combinación de diferentes formas y colores. Al comunicar su decisión a sus padres, estos le pidieron que realizara un bosquejo de lo que deseaba y un presupuesto.

Camilo, necesita tu colaboración, pues no es muy hábil en estos campos, él solo ha logrado concretar la siguiente información:

1. Su cuarto tiene **4 metros** de largo por **5 metros** de ancho.
2. Quiere combinar hexágonos, cuadrados y triángulos, como en la figura:



Gracias a sus averiguaciones sabe que:

3. El cuadrado tiene **25 cm** de lado y tiene un costo por unidad de **\$ 2000**.
4. El hexágono, con lados de **25 cm**, tiene un costo por unidad de **\$ 2200**.
5. El triángulo equilátero, con lados de **25 cm**, tiene un costo por unidad de **\$ 1750**.
6. Si compra más de **20** unidades de cada forma, obtiene un descuento del **20 %** en el valor total del material.

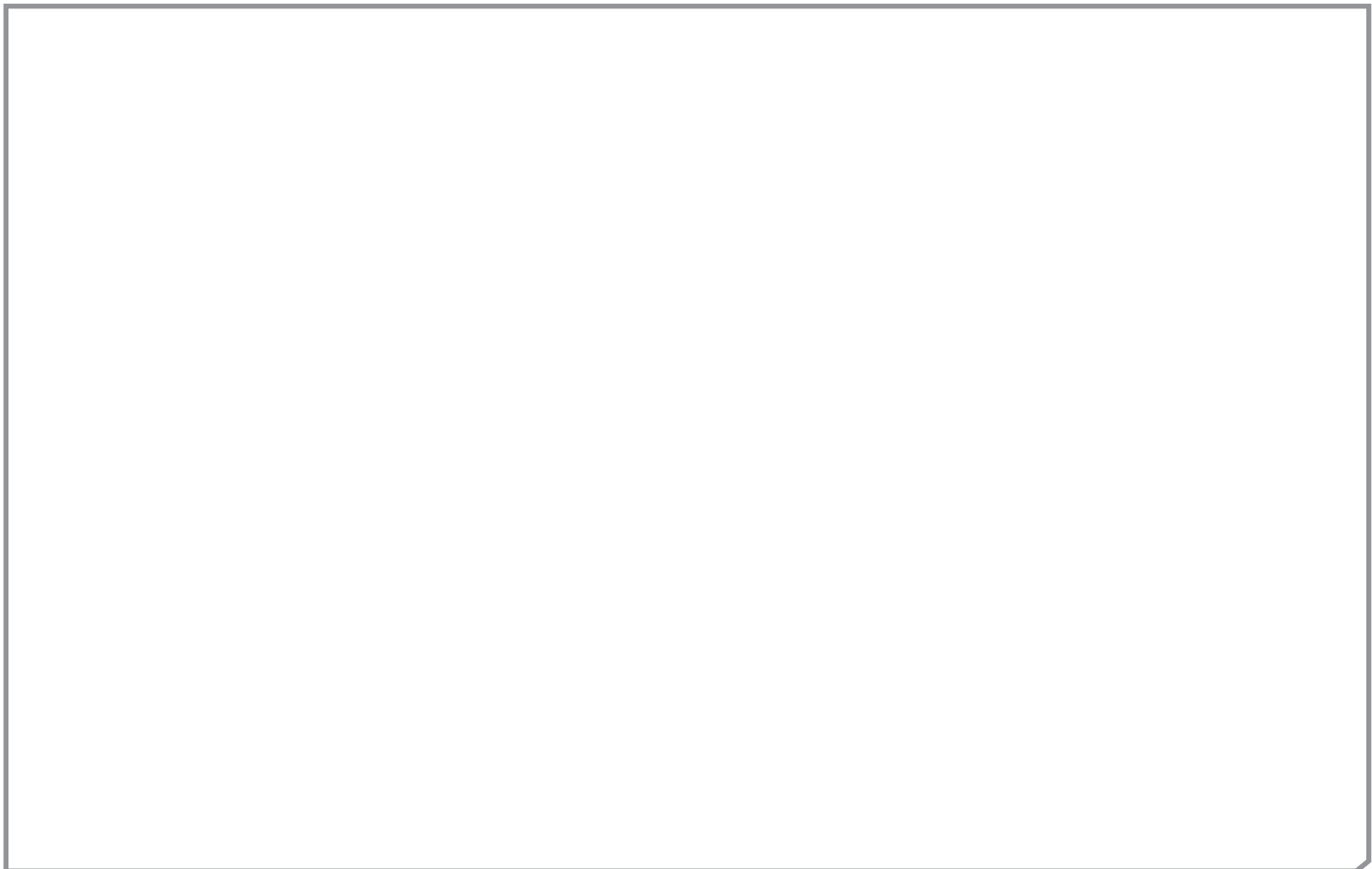
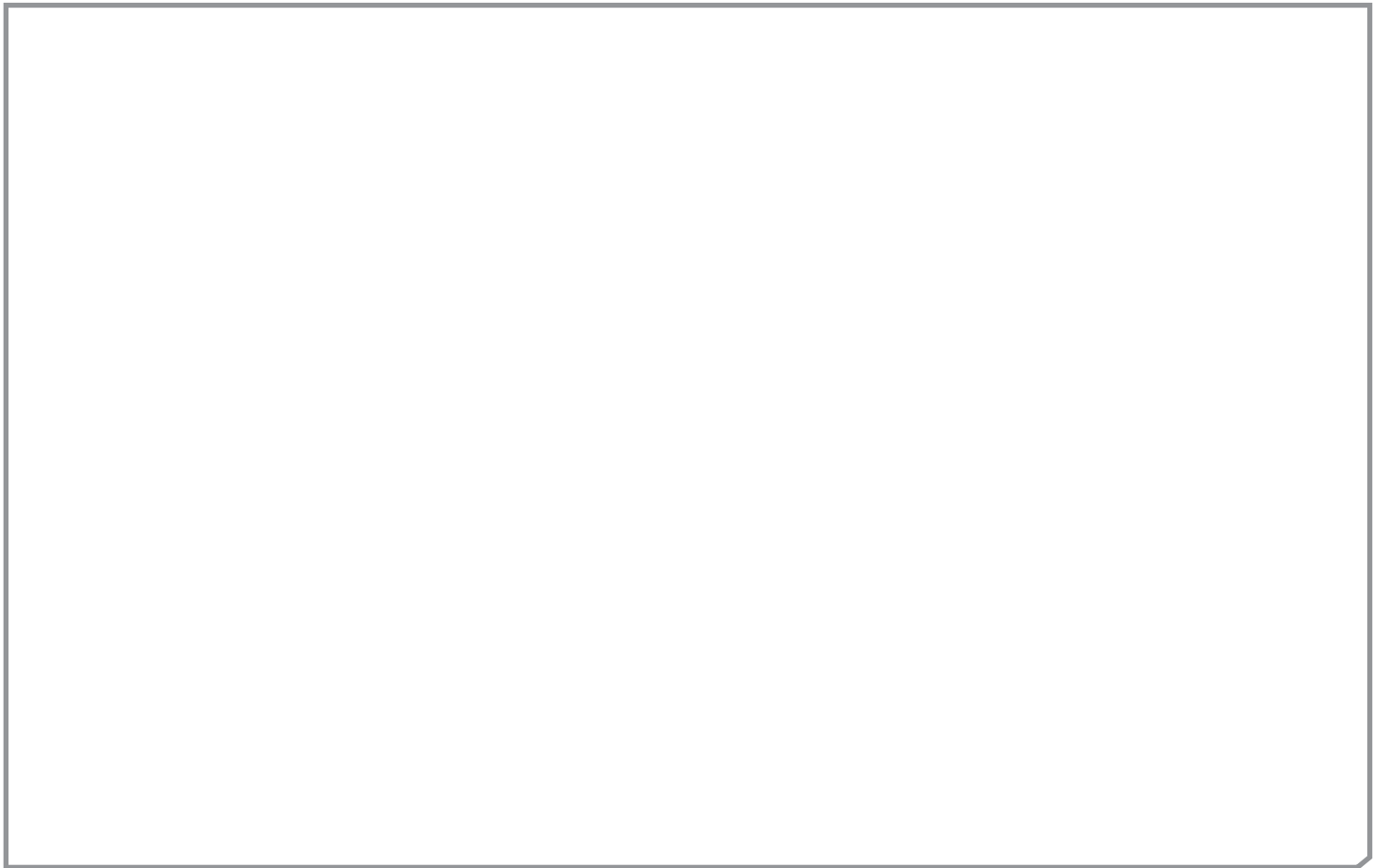
Con base en la anterior información, y lo desarrollado hasta el momento en clase, resuelvan las siguientes consignas:

1. Elabora un bosquejo en el que plasmes la forma en que quedaría el piso del cuarto.



2. Realiza tres propuestas de combinaciones de colores para las tres formas seleccionadas.

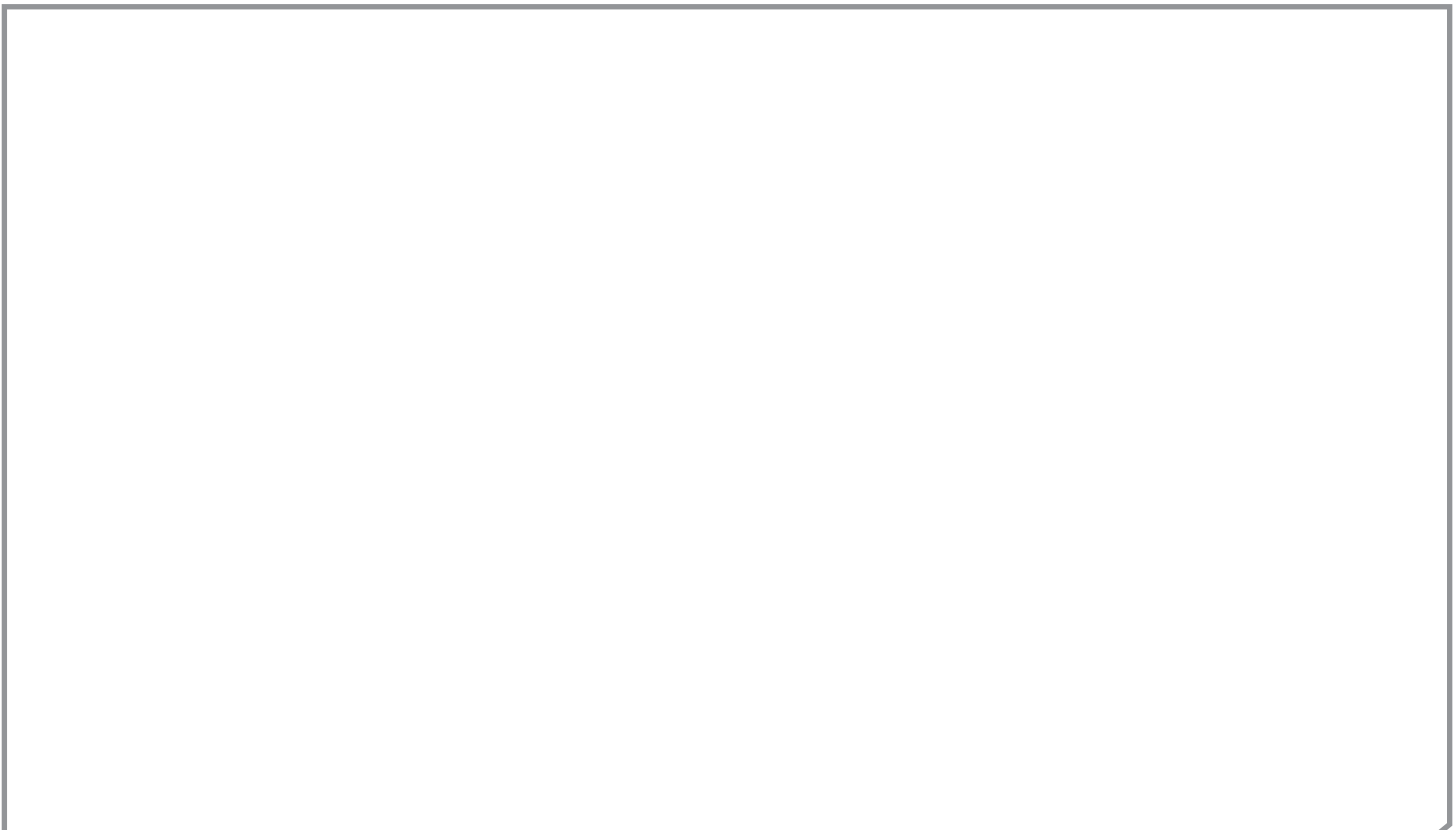




3. Teniendo en cuenta el área del cuarto y el área que ocuparía cada forma, determina el número de losetas que requiere Camilo para hacer realidad su idea.



4. Determina el costo que tendría la elaboración del piso.

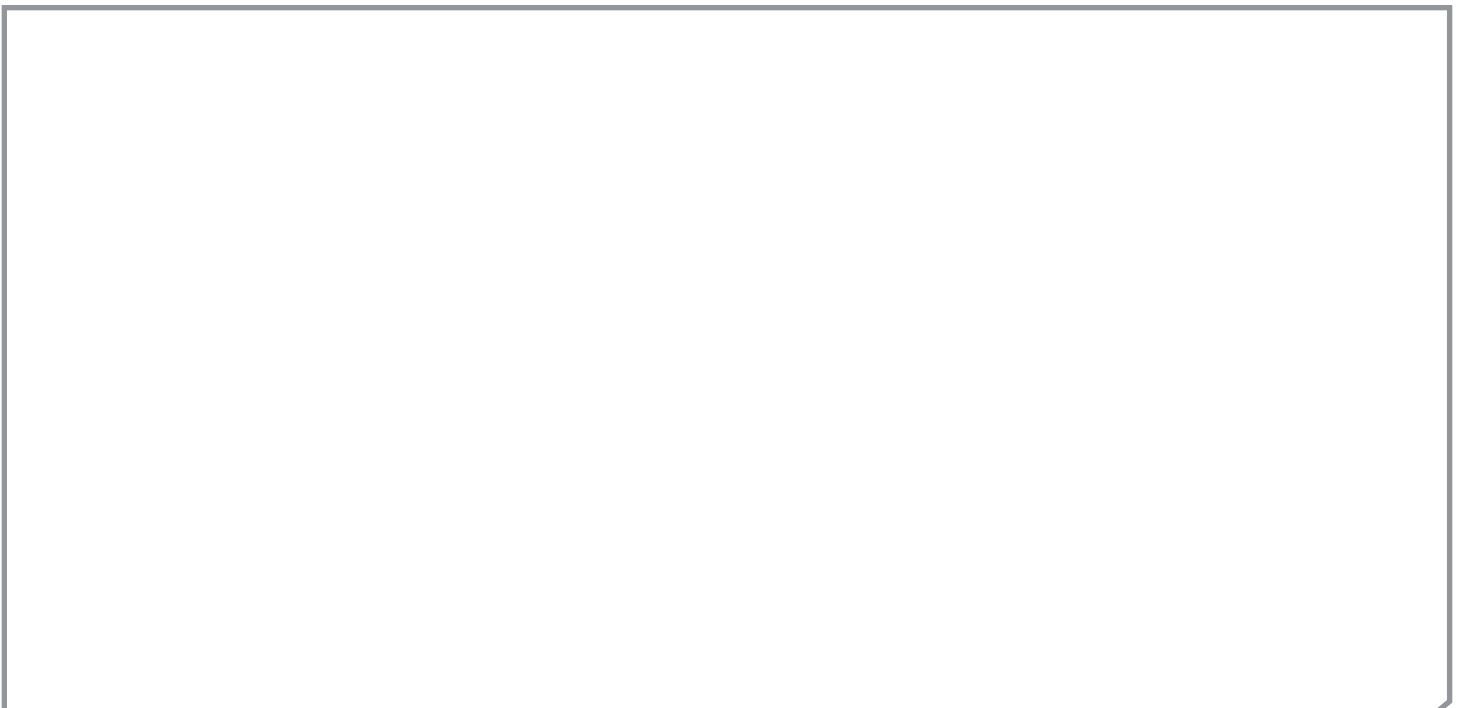
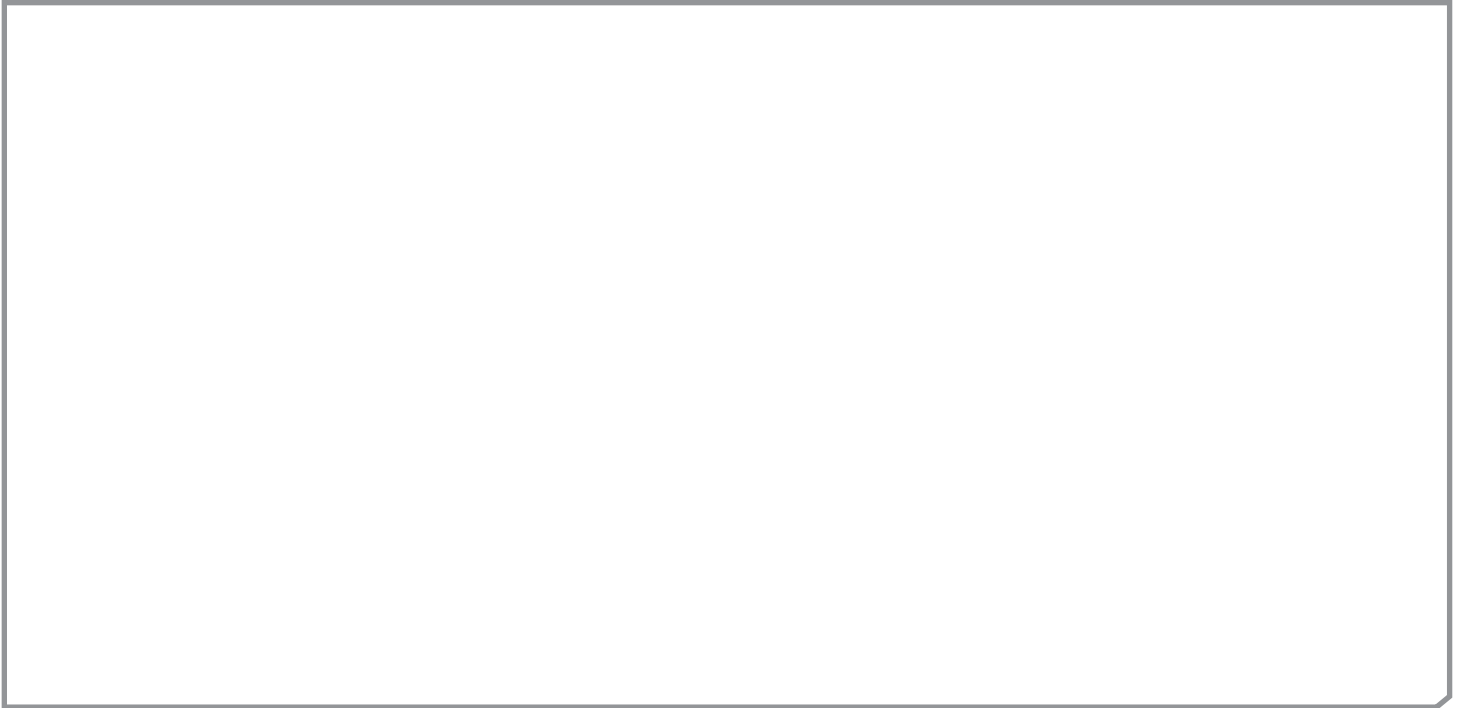


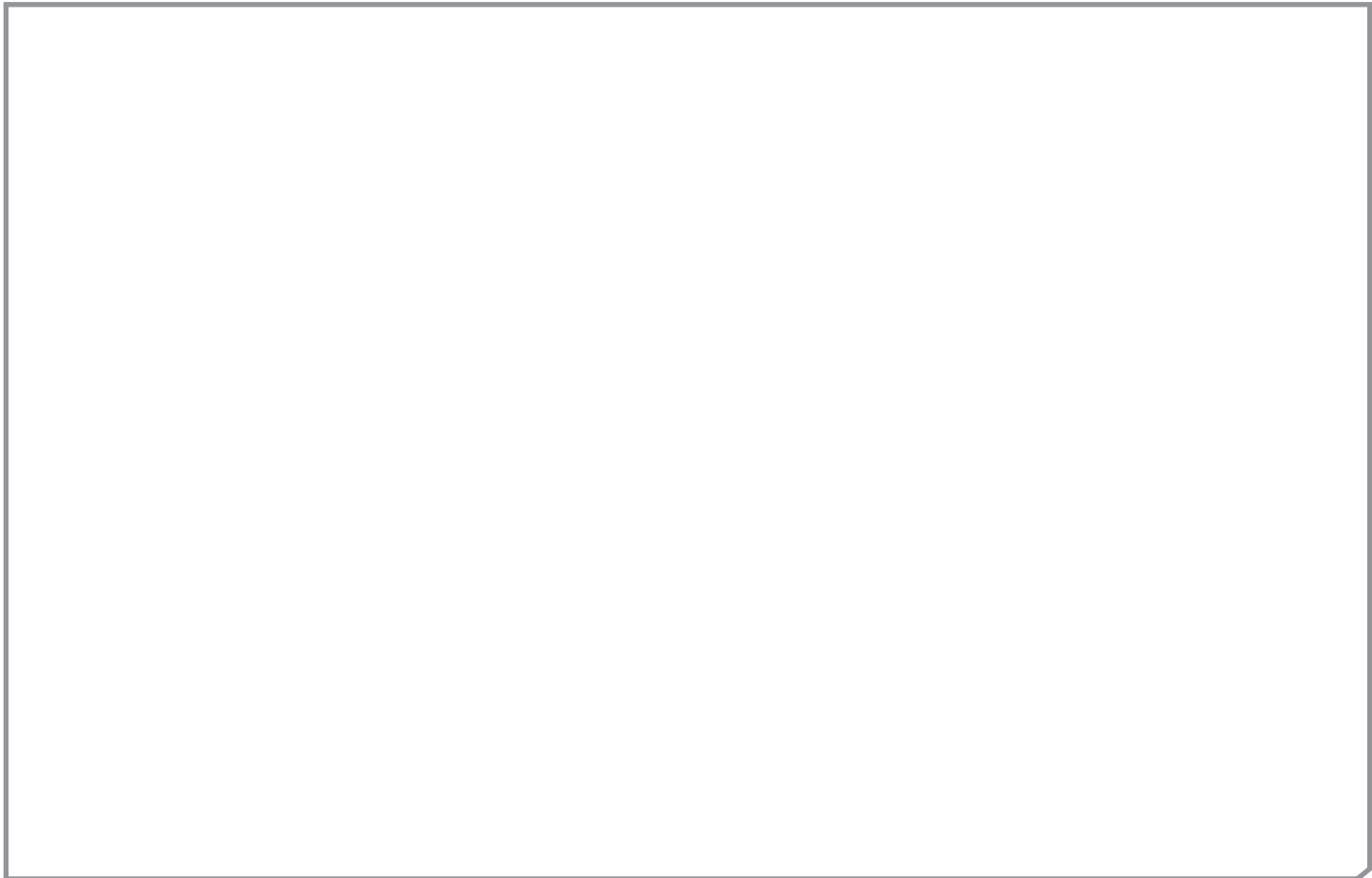
Después de escuchar la idea de Camilo, la mamá de éste, ha decidido remodelar el azulejado y piso de los dos baños de la casa. Contando con la siguiente información:

- El área del baño tiene **100 cm** de ancho y **250 cm** de largo.
- Las paredes del baño tienen **400 cm** de alto, pero desea dejar **30 cm** sin azulejar.

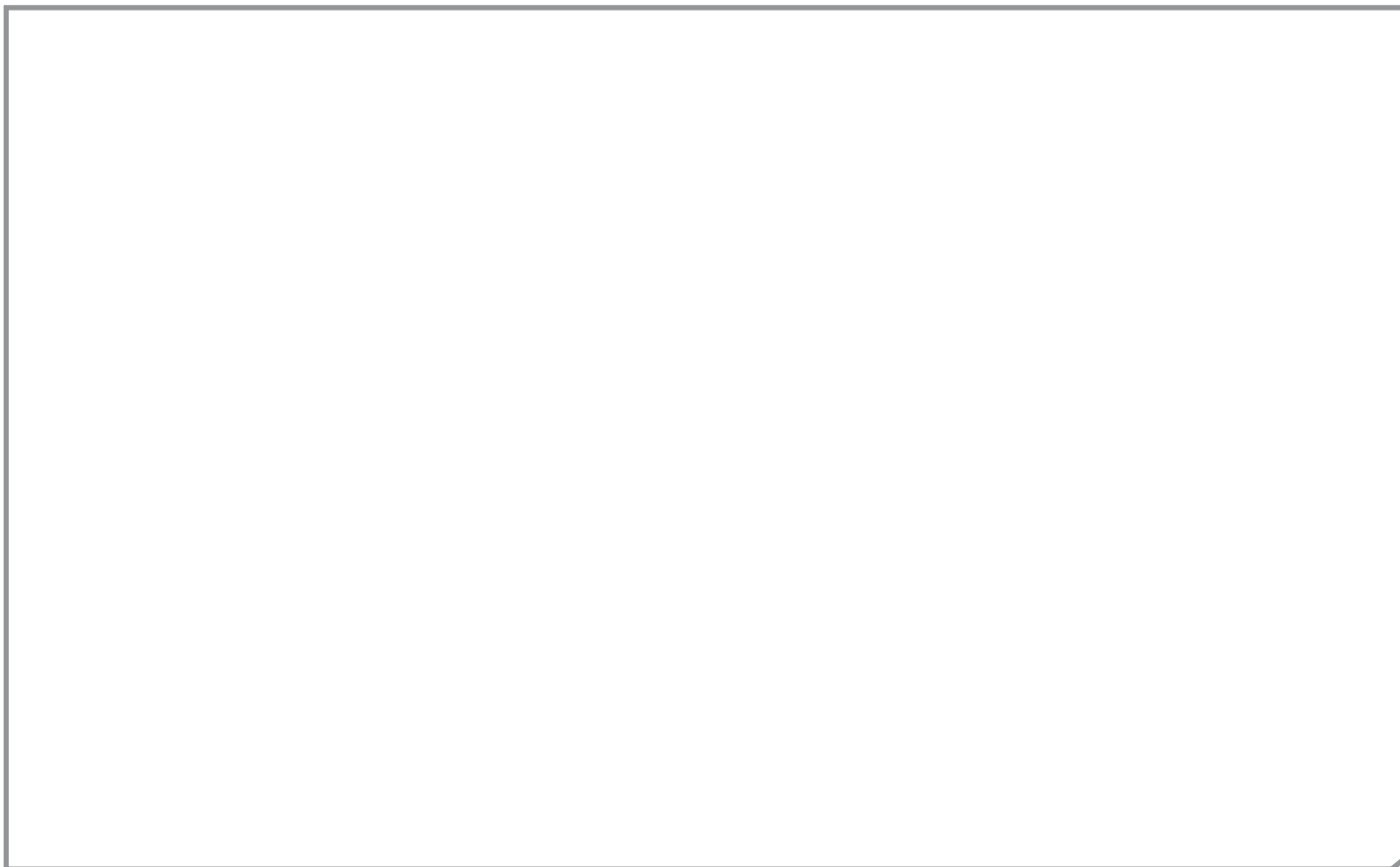
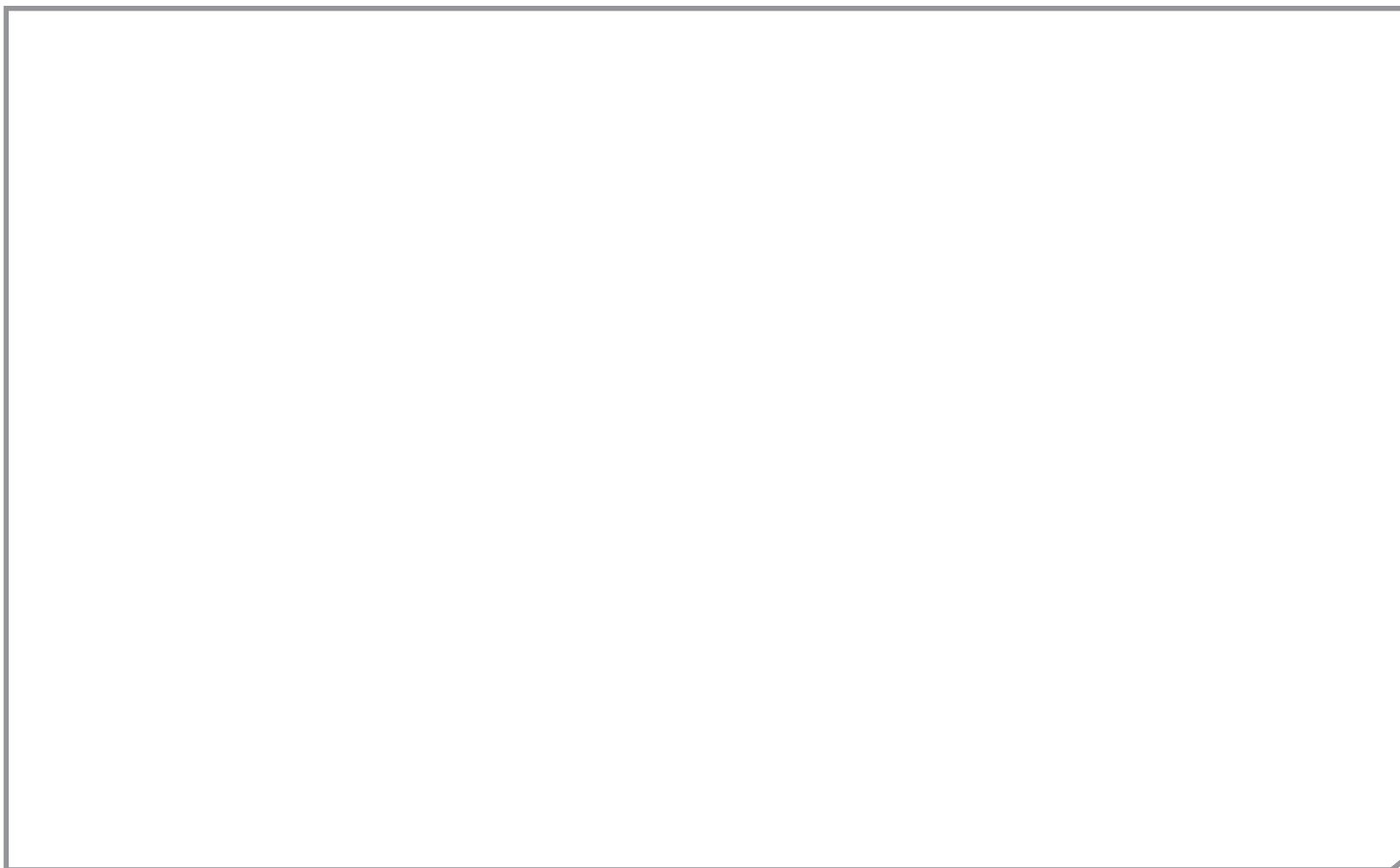
A partir de estos datos y teniendo en cuenta que los azulejos pueden ser cuadrados, triangulares o rectangulares y los pisos pueden tomar cualquier forma, da respuesta a las siguientes consignas:

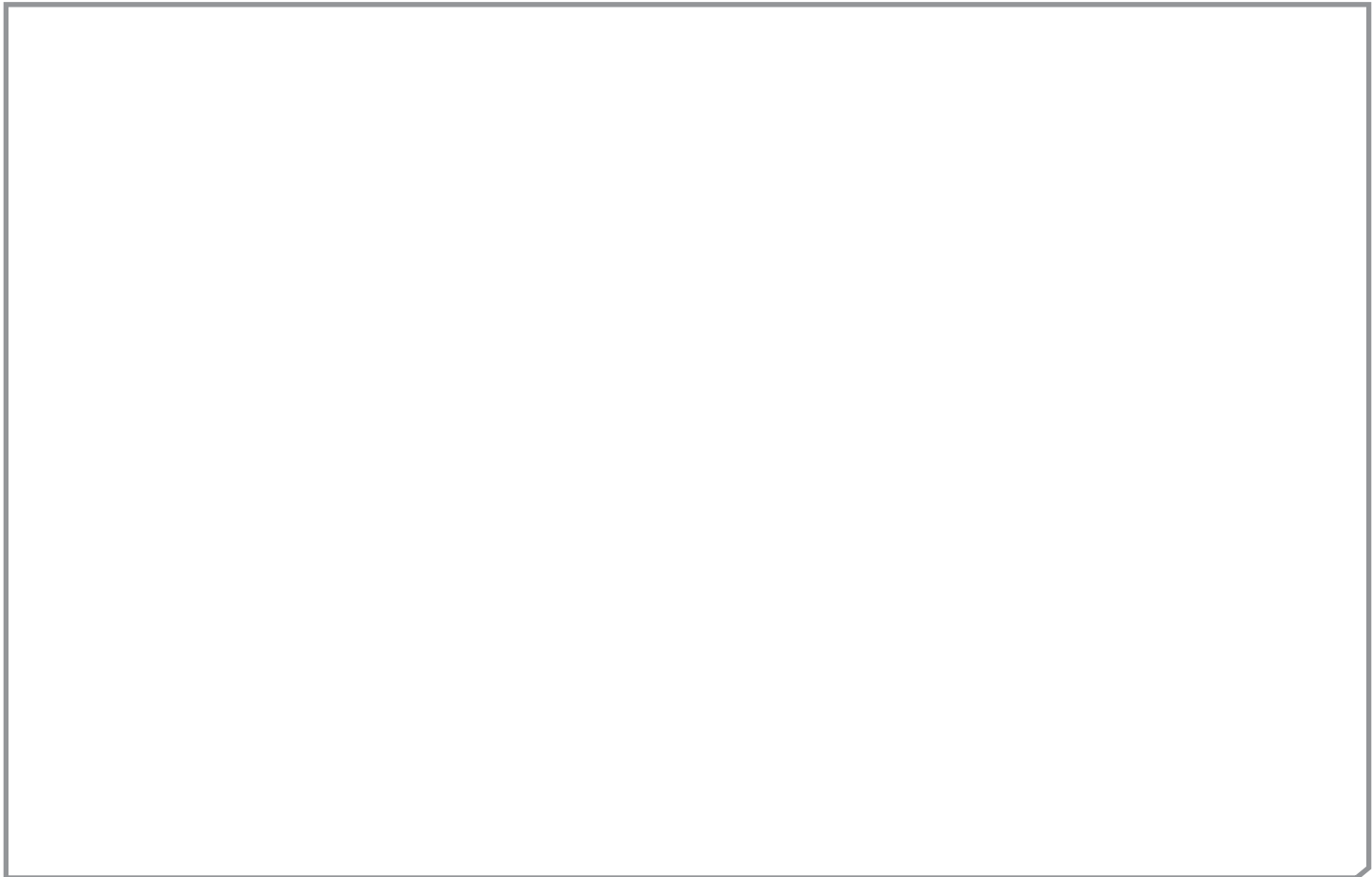
1. **Elabora cuatro propuestas diferentes para la remodelación de los baños.**



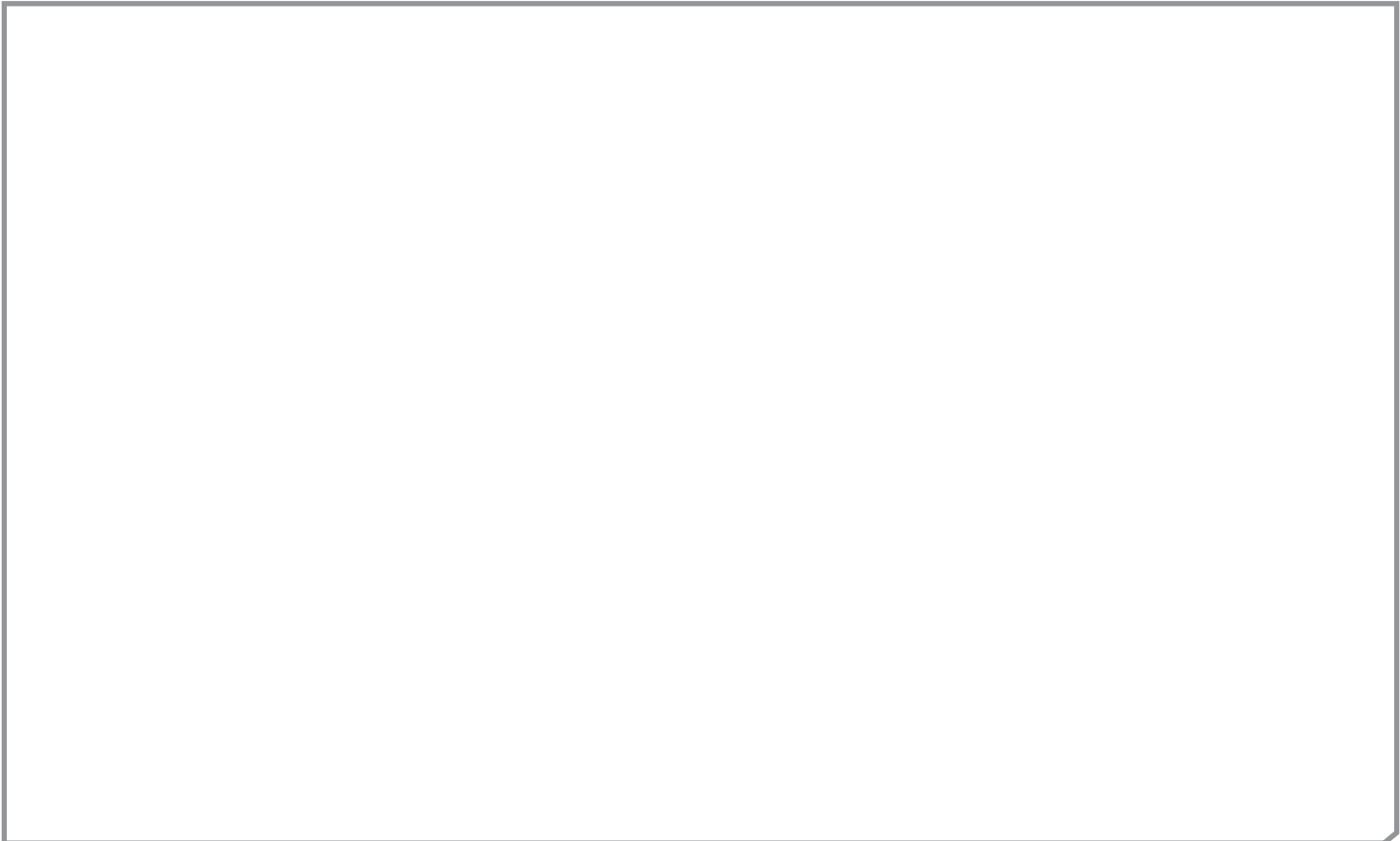


2. Indaga en relación al costo que tendría cada una de las propuestas.

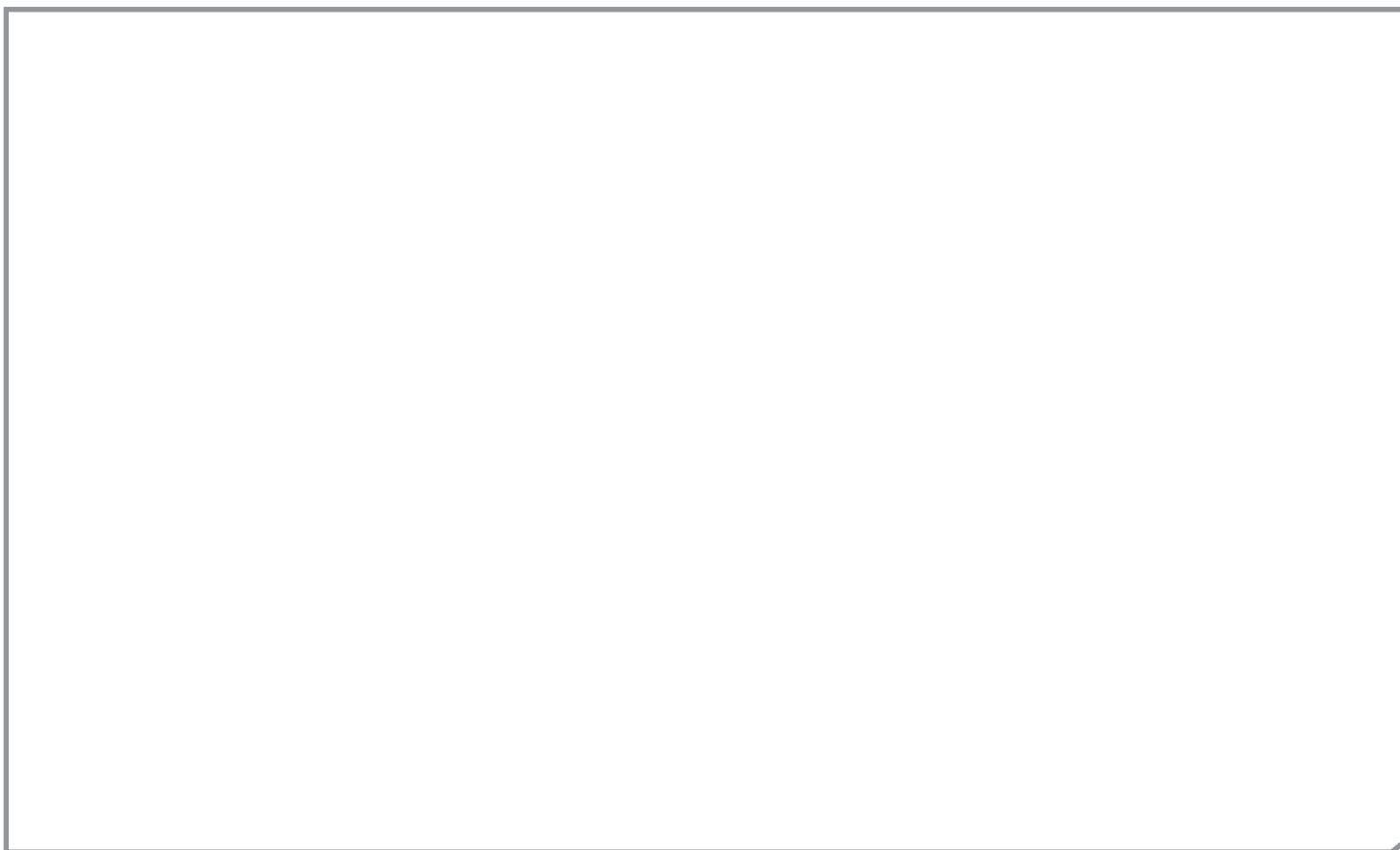




3. Elabora tablas comparativas en relación al área que se ocuparía con las formas seleccionadas, las cantidades necesarias de cada una y el costo de estas.



4. Determina qué colores pueden ser de mayor agrado para la señora y da color a tus propuestas.

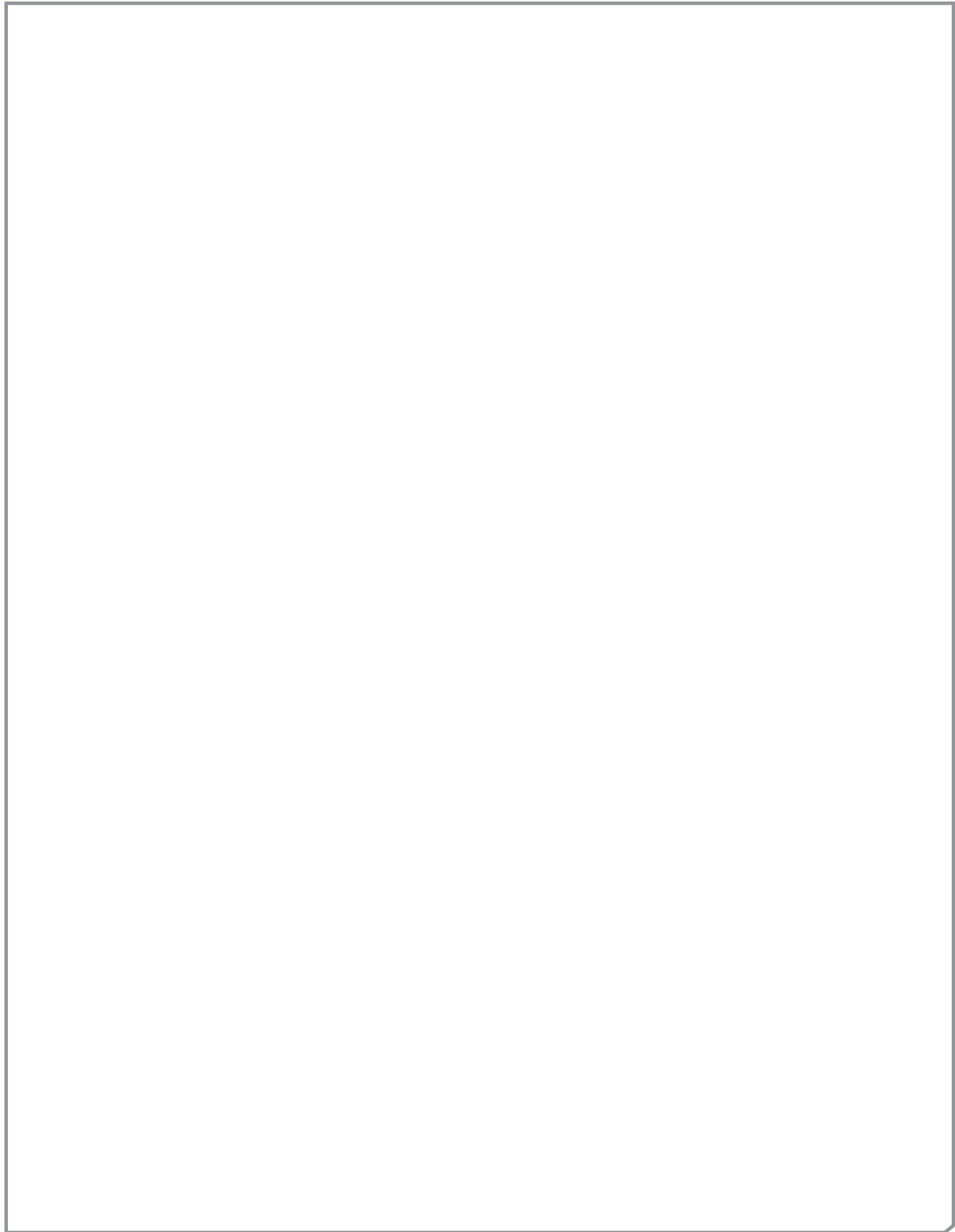


Responde la pregunta que se presenta de acuerdo a lo anterior y a la siguiente información:

Sí el Padre de camilo está considerando, que si el diseño propuesto por este para el piso de su cuarto, es agradable, se puede tomar para toda la casa, la cual tiene un área de **2700 m²**.

- ¿Qué deberías tener en cuenta para dar respuesta a la idea que tiene el padre de Camilo?



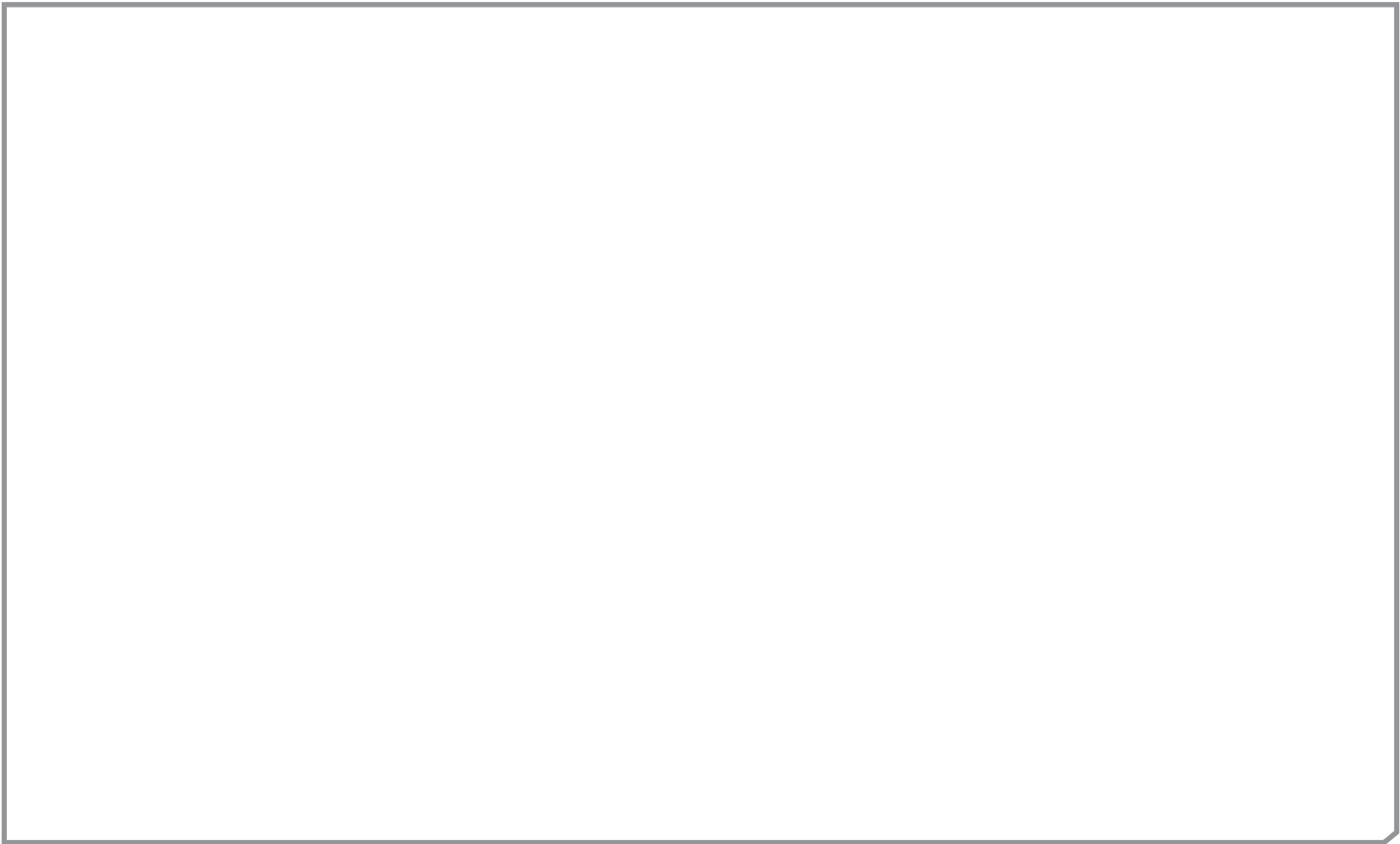


4. Elabora una tabla, en la que consignes algunas características de los objetos que se utilizaron para la construcción de estos.

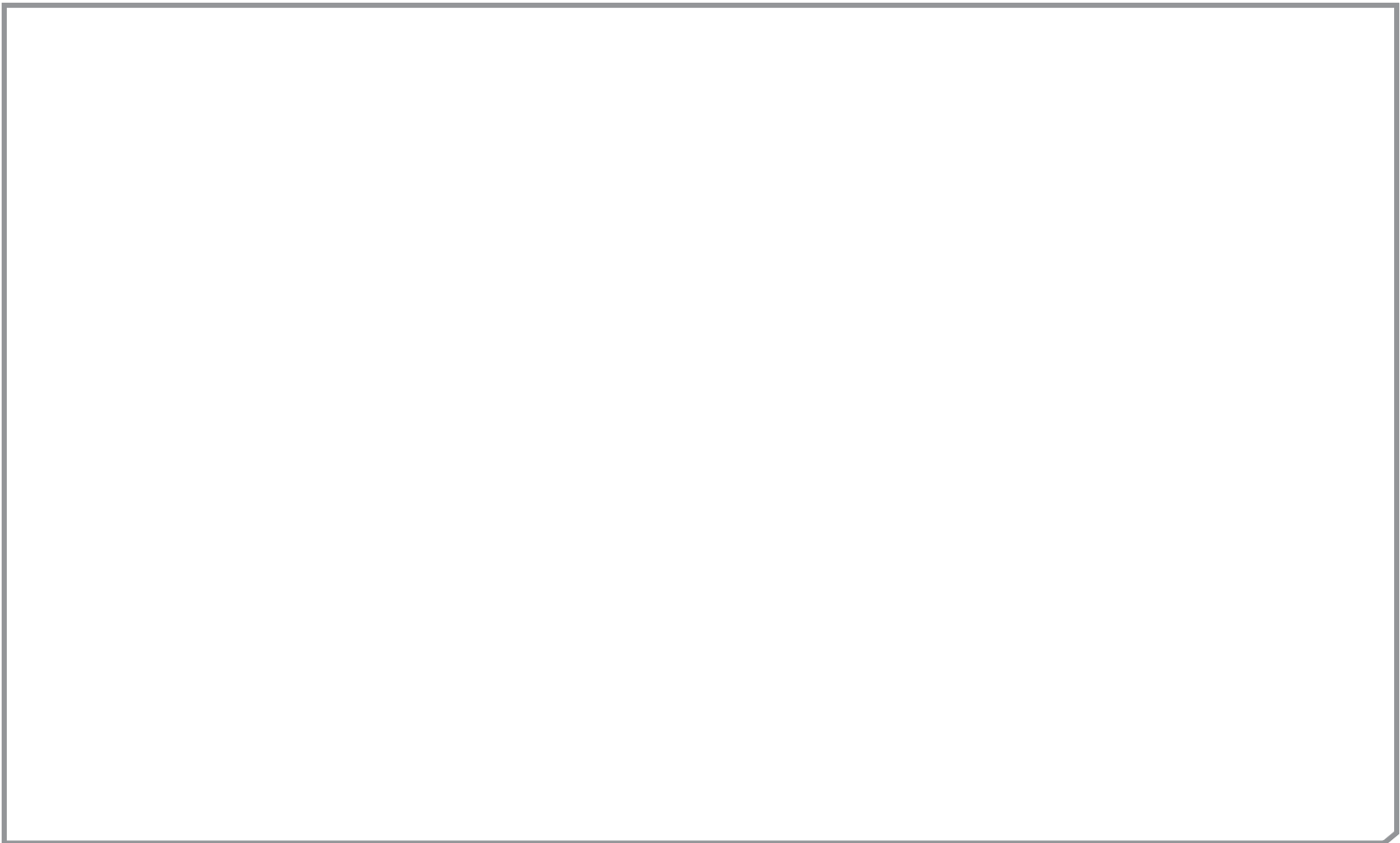
--

5. Inventa un teselado regular y uno semiregular:

--



6. Elabora una tabla, en la que consignes algunas características de los objetos que utilizaste para la construcción de estos.



7. Establece dos generalizaciones, a partir de tus construcciones.

8. Plantea algunas predicciones, en relación a la realización infinitas veces de los procesos de construcción.



$f(x)$

