Grado 11

Matematicas - Unidad 4

Conoce el cambio en un instante y describe la situación

Tema

Interpretación del concepto de la primera y segunda derivada para analizar el comportamiento de las funciones

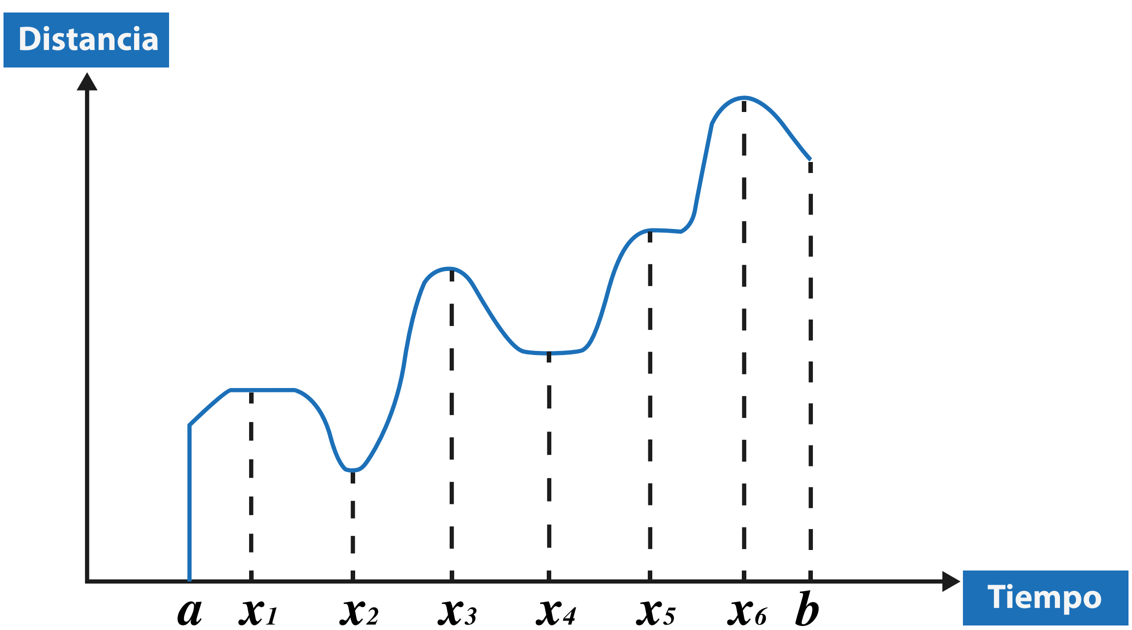
Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

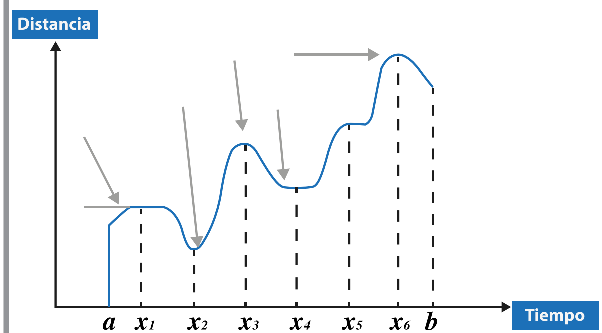
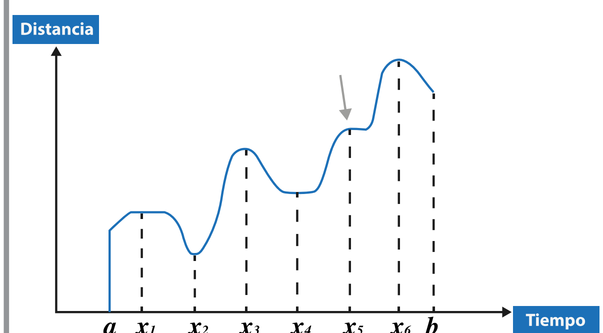
Introducción

Examinar el comportamiento de una función es una parte básica de las Matemáticas y tiene aplicaciones en muchas áreas de estudio. Cuando esbozamos una curva colocando simplemente puntos, no puede dar información suficiente acerca de su forma. Por esto, se ha desarrollado todo un procedimiento basado en conceptos del análisis matemático, para acercarse a la forma de una función.

Actividad Introductoria: Desplazamiento de una motocicleta.

Teniendo en cuenta la gráfica dada a continuación, responde las preguntas e identifica en la gráfica según corresponda.



¿Qué características presenta la gráfica?	• • • •	
¿Cómo se llaman los extremos de la función?	• •	
¿Cómo se llaman los puntos en donde la función cambia de concavidad?	•	

Objetivos

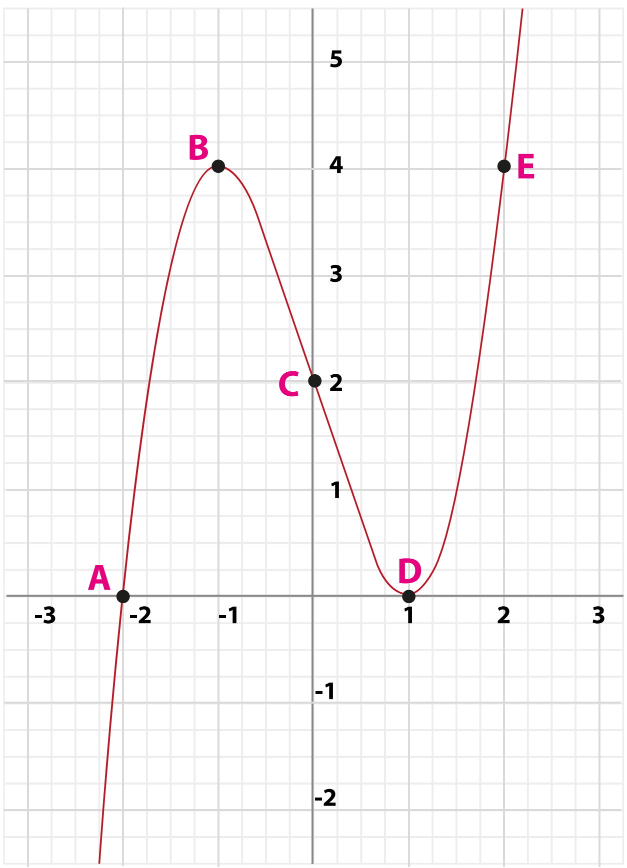
» Establecer relaciones entre la representación algebraica de una función y su gráfica

- Hacer uso de la interpretación de la derivada en la determinación de concavidades, puntos críticos, entre otros.

Actividad 1: Uso de la primera derivada.

Resuelve

1. Considera la gráfica de la función $f(x) = x3 - 3x + 2$ y selecciona la (s) respuesta (s) correcta (s) calculando la derivada y evaluando en el punto específico.



Calcula la derivada:

$f'(x) =$

¿En qué punto (s) de la gráfica $f'(x) > 0$?

¿En qué punto (s) de la gráfica $f'(x) < 0$?

¿En qué punto (s) de la gráfica $f'(x) = 0$?

Actividad 2: Criterio de la primera derivada.

Resuelve

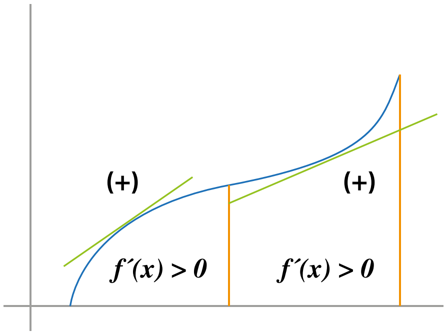
1. Completa los textos y construye una gráfica que cumpla con cada una de las condiciones obtenidas.

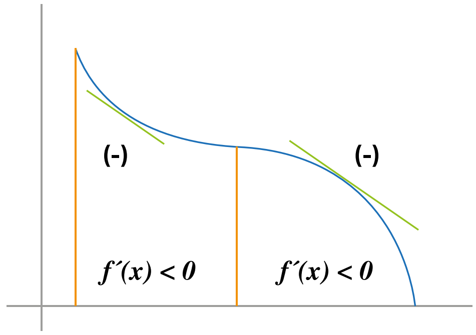
1. Si $f'(x)$ cambia en c de negativa a positiva, $f'(c)$ es un ____________ de f.

2. Si $f'(x)$ cambia en c de positiva a negativa, $f'(c)$ es un ____________ de f.

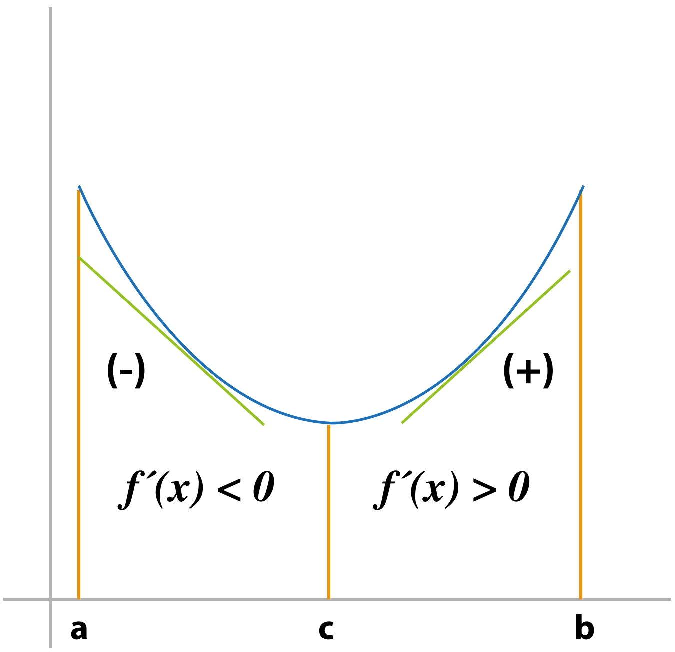
3. Si ***f ' (x)*** no cambia de signo en ***c*** (esto es ***f '*** es positiva en ambos lados de ***c*** o negativa en ambos lados), entonces ***f*** carece de ________________ local en ***c***.

Observa las gráficas y emparéjalas con la respectiva característica que se está presentando:

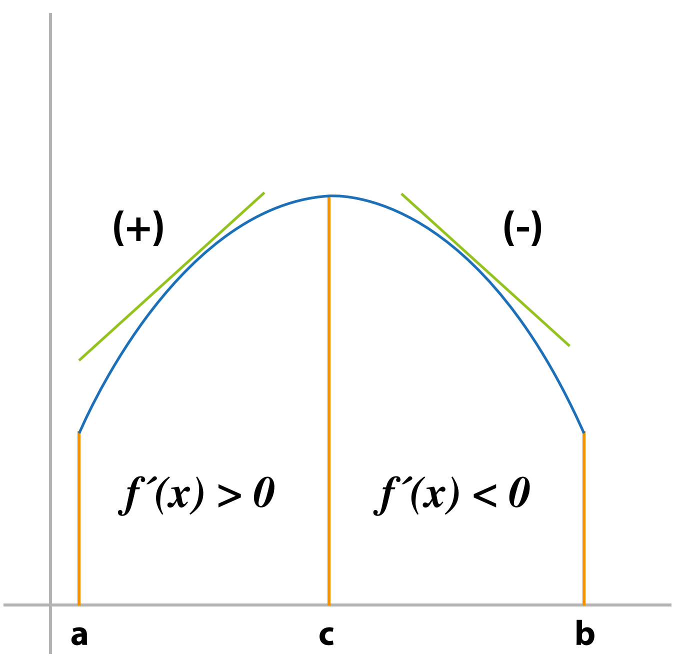




Mínimo relativo



Extremo local



Máximo relativo

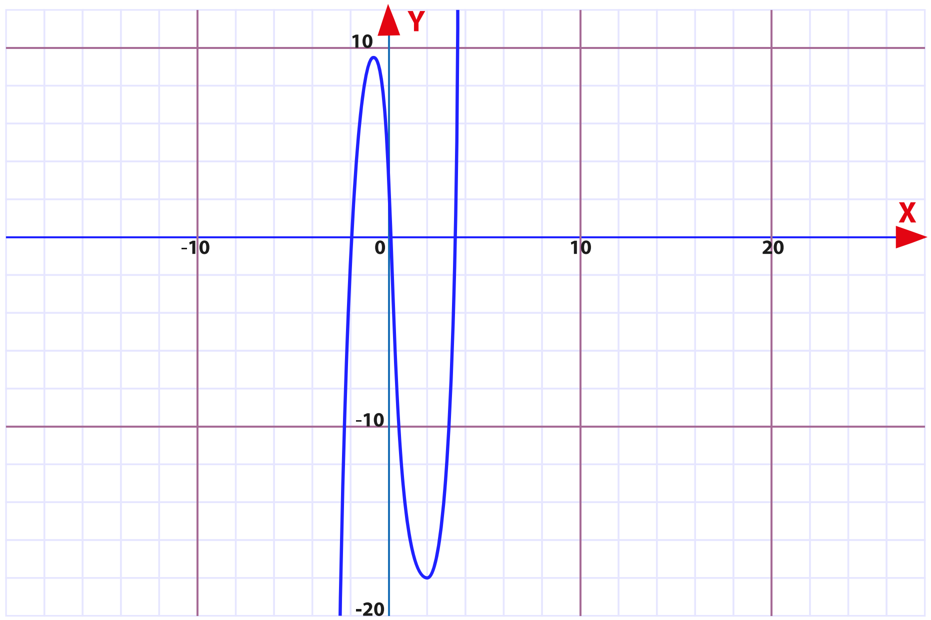
Dada la función $f(x) = -2x3 + 6x - 1$ completa la tabla, calculando los puntos de inflexión y determina si son máximos o mínimos y realiza la respectiva gráfica:

Intervalo	$-\infty < x < -1$		
Valor de prueba		$x = 0$	
Signo de f ' (x)			$f'(2) = -18$
Conclusión	*Decreciente*		
Gráfica			

Actividad 3: Uso de la segunda derivada.

Teniendo en cuenta el blog mostrado en el interactivo, analiza la gráfica de la función: $f(x) = 2x3 - 3x2 - 12x + 2$ y determina:

1. Los valores críticos.
2. En cuál valor crítico se encuentra el máximo y en cuál el mínimo.
3. Las coordenadas del punto máximo y del punto mínimo.
4. Las coordenadas del punto de inflexión.
5. La gráfica.



Actividad 4: Aplicaciones de la derivada.

Teniendo en cuenta el ejemplo dado en el recurso interactivo para resolver una situación problema que involucra el uso de la derivada, resuelve las siguientes situaciones problema:

1. Calcula dos números cuya suma sea 100 y de forma que su producto sea máximo.

Incógnitas, datos y dibujo.	
Función que hay que maximizar.	Ecuación con una sola variable.

Máximos y mínimos.	Comprobar en la segunda derivada.

Respuesta.

2. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mida 64 m y su área sea máxima.

Incógnitas, datos y dibujo.

Función que hay que maximizar.	Ecuación con una sola variable.
Máximos y mínimos.	Comprobar en la segunda derivada.
Respuesta.	

Resumen

Relaciona cada uno de los conceptos de la columna izquierda con cada una de las preguntas de la columna derecha:

Puntos de inflexión	¿Cómo es la función si $f'(x) > 0$ para todo x en (a, b)?
Mínimo relativo	¿Cómo es la función si $f'(x) < 0$ para todo x en (a, b)?
Máximo relativo	¿Cómo es la función si $f'(x) = 0$ para todo x en (a, b)?
Decreciente	¿Cómo se denomina un punto si $f'(x)$ si f cambia en c de negativa a positiva?
Constante	¿Cómo se denomina un punto si $f'(x)$ si f cambia en c de positiva a negativa?
Creciente	¿Cómo se denominan los puntos encontrados a partir de la primera derivada?
Puntos críticos	¿Cómo se denominan los puntos encontrados a partir de la segunda derivada?

Gracias a sus averiguaciones sabe que:

3. El cuadrado tiene **25 cm** de lado y tiene un costo por unidad de **$ 2000.**
4. El hexágono, con lados de **25 cm**, tiene un costo por unidad de **$ 2200.**
5. El triángulo equilátero, con lados de **25 cm**, tiene un costo por unidad de **$ 1750.**
6. Si compra más de **20** unidades de cada forma, obtiene un descuento del **20** % en el valor total del material.

Tarea

Soluciona la siguiente situación y luego discute con tus compañeros:

- Expresa el número 60 como suma de tres enteros positivos, de forma que el segundo sea el doble del primero y su producto sea máximo. Determina el valor de dicho producto.