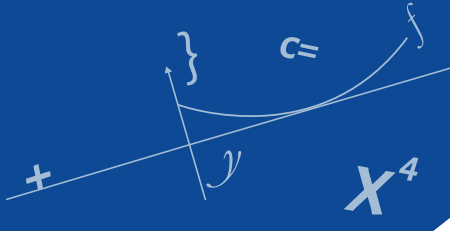



<p>Grado 11</p>	<p>Título del objeto de aprendizaje</p>	
<p>Matemáticas - Unidad 4 ¿Cómo hallo el área de superficies curvas? Bienvenidos al cálculo</p>	<p>Interpretación de la integral como área bajo la curva.</p> 	
<p>Recursos de aprendizaje relacionados (Pre clase)</p>	<p>Grado: 11° UoL_4: ¿Cómo hallo el área de superficies curvas? Bienvenidos al cálculo integral. LO_1: Resolución de problemas de áreas de polígonos y superficies curvas. Recurso:</p> <hr/> <p>Materiales de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Papel Bond » Reglas » Marcadores 	
<p>Objetivos de aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar geoméricamente la integral buscando áreas de superficies curvas. » Determinar el área de una figura a partir de aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos. » Generalizar el proceso para hallar el área de una figura a partir de aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos. 	
<p>Habilidad / Conocimiento (H/C)</p>	<p>[SCO 1] [H/C 1] [H/C 2] [H/C 3] [H/C 4] [H/C 5] [H/C 6]</p>	<p>Identifica la descomposición de una superficie curva en rectángulos como estrategia de aproximación a la medida de su área.</p> <p>Reconoce la posibilidad de descomponer una superficie curva en rectángulos como primer acercamiento a la medida de su área.</p> <p>Identifica que la suma de áreas de los rectángulos en los que se descompuso una superficie curva es una aproximación del área por defecto y por exceso.</p> <p>Identifica en la descomposición de una superficie curva en rectángulos la posibilidad de dejar un lado de igual medida como estrategias para aproximarse al área total.</p> <p>Identifica que si descompone la superficie curva en rectángulos cuyo lado común es cada vez más pequeño la aproximación es más cercana al área total real.</p> <p>Reconoce a partir de la estrategia de descomposición en rectángulos para hallar el área de superficies curvas un proceso sucesivo.</p> <p>Describe en lenguaje verbal la estrategia utilizada para hallar el área de superficies curvas.</p>



[H/C 7]	Identifica por medio de una expresión algebraica el proceso utilizado para aproximarse a la medida del área.
[SCO 2]	Interpreta las sumas de Riemann a partir de situaciones problema de área.
[H/C 8]	Halla áreas por aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos.
[H/C 9]	Expresa por medio de variables las medidas de los rectángulos que descomponen una figura.
[H/C 10]	Ubica una figura en el plano cartesiano para generalizar las bases de los rectángulos como valores en el eje X y alturas de los rectángulos como imágenes de una función.
[H/C 11]	Identifica en el plano cartesiano un intervalo que define la base de una figura.
[H/C 12]	Expresa la medida de las bases de los rectángulos que descomponen una figura por medio de una sucesión.
[H/C 13]	Construye expresiones que representen una estrategia general para hallar el área de una figura por medio de descomposición en triángulos.
[H/C 14]	Investiga y reconoce a partir de la historia el proceso desarrollado para hallar el área de figuras descomponiendo en rectángulos como las sumas de RIEMANN.
[H/C 15]	Reconoce la posibilidad de interpretar el lado de una figura ubicado en el plano como una función.
[H/C 16]	Reconoce la aplicación del límite en las aproximaciones al área de figuras con descomposición en rectángulos.

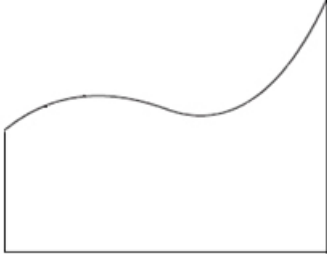
Flujo de aprendizaje	Introducción → Objetivos → Desarrollo → Resumen → Tarea
	<p>Introducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bienvenido al Cálculo Integral <p>Objetivos de aprendizaje.</p> <p>Actividad 1: Los Rectángulos. [H/C 1 - H/C 2 - H/C 3 - H/C 4- H/C 5 -H/C 6 - H/C 7]</p> <p>Actividad 2: En el plano Cartesiano. [H/C 8 - H/C 9 - H/C 10 - H/C 11 - H/C 12- H/C 13]</p> <p>Actividad 3: Riemann [H/C 14 - H/C 15 - H/C 16]</p> <p>Resumen: Determinación de áreas bajo la curva.</p> <p>Tarea.</p>

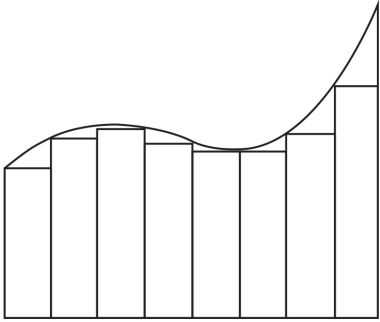
Lineamientos evaluativos

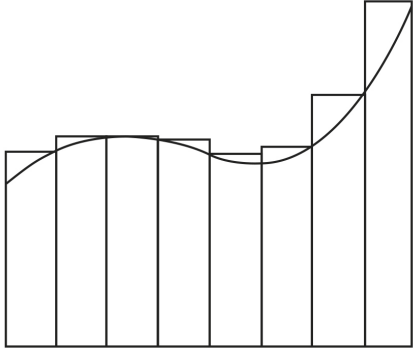

Los estudiantes, a través de las diferentes actividades propuestas, podrán inicialmente determinar el área bajo la curva a partir de la utilización sucesiva de rectángulos, realizando interpretaciones y generalizaciones de este proceso. Posteriormente, ubicando esa área en un plano cartesiano, además de identificar diversos elementos que relacionan el plano con esta, podrán construir expresiones que representen una estrategia general para hallar el área de una figura por medio de descomposición. Para finalmente, conocer y comprender, el procedimiento para hallar el área de figuras, realizando una descomposición en rectángulos como las sumas de RIEMANN.

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
<p>Introducción</p> 		<ul style="list-style-type: none"> • Bienvenido al Cálculo Integral. <p>El docente apoyado en el recurso, presenta a los estudiantes una curva en la cual se muestra diferentes obtenciones del área bajo la misma por medio de acercamientos con rectángulos de diferente ancho; para luego mostrarles tres imágenes correspondientes a objetos que tienen una superficie curva. En relación a estas, se proponen las siguientes consignas y preguntas de trabajo, las cuales estarán presentes en el Material del Estudiante y serán abordadas a partir de la conformación de parejas de estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Selecciona una de las imágenes presentadas. » Traza una cuadrícula, lo más pequeña posible, sobre la imagen que seleccionaste. » Cuenta el número de cuadrados que están dentro de la imagen que seleccionaste. » A partir de tu conteo, realiza una aproximación al área de la forma seleccionada. » ¿Existe otro método, mediante el cual sea posible realizar una aproximación al área de la figura? Si ¿Cuál? No ¿Por qué? » ¿Es posible conocer o determinar el área exacta de la figura que seleccionaste? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? <p>Dado un tiempo prudencial, para abordar cada uno de los ítems propuestos y reconociendo la posibilidad que se tiene</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Recurso Interactivo

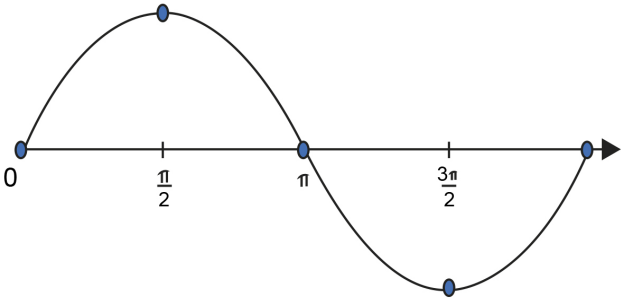
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>en cuanto a que los estudiantes ya tengan unos conocimientos previos en relación a lo que se abordará, el docente debe socializar las respuestas dadas, contando con la participación del mayor número de grupos posibles.</p> <p>En dicha socialización, el docente debe procurar el reconocimiento de la posibilidad que se tiene de realizar una aproximación al área exacta de la figura a través de diferentes métodos, además de generar en los estudiantes grandes expectativas en relación a la posibilidad que se tiene de conocer o determinar el área exacta de una superficie curva.</p>	
<p>Objetivos</p> 		<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>El docente, en compañía de los estudiantes, escribe los objetivos a los que creen que se debe llegar. Luego, el docente presenta los objetivos propuestos para este objeto de aprendizaje. Se considera importante que el docente explique los objetivos propuestos, pues a partir de estos el estudiante reconocerá lo que debe alcanzar finalizado el proceso enseñanza-aprendizaje.</p>	
<p>Contenido</p> 	<p>El docente presenta el tema</p>	<p>Actividad 1: Los Rectángulos. [H/C 1- H/C 2- H/C 3 - H/C 4 - H/C 5 - H/C 6 - H/C 7].</p> <p>[H/C 1: Reconoce la posibilidad de descomponer una superficie curva en rectángulos como primer acercamiento a la medida de su área.]</p> <p>[H/C 2: Identifica que la suma de áreas de los rectángulos en los que se descompuso una superficie curva es una aproximación del área por defecto y por exceso.]</p> <p>[H/C 3: Identifica en la descomposición de una superficie curva en rectángulos la posibilidad de dejar un lado de igual medida como estrategias para aproximarse al área total.]</p> <p>[H/C 4: Identifica que si descompone la superficie curva en rectángulos cuyo lado común es cada vez más pequeño la aproximación es más cercana al área total real.]</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>[H/C 5: Reconoce a partir de la estrategia de descomposición en rectángulos para hallar el área de superficies curvas un proceso sucesivo.]</p> <p>[H/C 6: Describe en lenguaje verbal la estrategia utilizada para hallar el área de superficies curvas.]</p> <p>[H/C 7: Identifica por medio de una expresión algebraica el proceso utilizado para aproximarse a la medida del área.]</p> <hr/> <p>Antes de dar inicio a lo propuesto en esta actividad, el docente debe organizar a los estudiantes en grupos de trabajo de cuatro integrantes e indicar que las consignas y preguntas que se propongan, deben ser abordadas en el Material del Estudiante.</p> <p>Para dar inicio a esta actividad, el docente presenta una imagen, la cual está cinco veces en el material del estudiante, y propone las siguientes consignas de trabajo en relación a esta:</p>  <ul style="list-style-type: none"> » Cubre el área bajo la curva, haciendo uso de tres formas poligonales diferentes. Es decir cúbrela en tres ocasiones, cada una con una figura poligonal diferente. » Determina el área de cada una de las figuras poligonales que utilizaste para cubrir el área bajo la curva. » A partir de las áreas de las figuras poligonales que determinaste, realiza una aproximación al área total del área bajo la curva. <p>Después de abordar las consignas propuestas, el docente, propone los siguientes cuestionamientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> » ¿Es posible cubrir totalmente el área bajo la curva con cualquier forma poligonal? 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>» ¿Es pertinente y adecuado, cubrir el área bajo la curva con cualquier forma poligonal, cuando se tiene la intencionalidad de determinar el área de esta?</p> <p>» ¿El tamaño de las figuras poligonales, que se utilizan para cubrir el área bajo la curva, tiene alguna incidencia, cuando lo que se quiere es determinar el área de esta?</p> <hr/> <p>Después de dar respuesta a las consignas y cuestionamientos propuestos, el docente propone la realización de las siguientes consignas:</p> <p>» Cubre el área bajo la curva haciendo uso de rectángulos que no sobrepasen la altura máxima de esta en ningún punto.</p> <p>» Cubre el área bajo la curva haciendo uso de rectángulos que sobrepasen la altura máxima de esta en algunos puntos.</p> <p>» Determina el área de cada uno de los rectángulos para los dos casos anteriores.</p> <p>» A partir del área de los rectángulos, determina el área bajo la curva.</p> <p>El docente, apoyado en la imagen, solicita a dos estudiantes la socialización de las respuestas dadas a las consignas anteriores.</p> <p>Posteriormente y apoyado en las siguientes imágenes, el docente debe explicar los siguientes aspectos:</p>  <p>En este primer caso, se puede realizar una aproximación por defecto, pues los rectángulos construidos no superan, en ningún punto, la curva trazada. Es importante resaltar que los rectángulos trazados, tienen el mismo ancho y que entre más pequeño sea este,</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>más aproximado será el valor del área a calcular.</p> <p>A pesar de consolidarse con este método, un valor aproximado al área bajo la curva, es necesario explicitar que al quedar huecos, los cuales no cubren los rectángulos, el valor calculado no corresponde al área exacta de la superficie.</p> <p>Continuando con la explicación, el docente presenta la siguiente imagen:</p>  <p>De acuerdo a esta, el docente indicará, que los rectángulos sobrepasan la curva, consolidando un valor aproximado al área por exceso.</p> <p>Continuando el trabajo propuesto, el docente solicita a los estudiantes, que teniendo en cuenta la superficie curva que está tres veces en el Material del Estudiante, den respuesta a las siguientes consignas:</p>  <ul style="list-style-type: none"> » Determina el área aproximada de la superficie por defecto y por exceso. » Determina el área aproximada de cada uno de los colores. » ¿Qué sucede si disminuimos el ancho de todos los rectángulos a la mitad? <p>Para finalizar, el docente plantea los siguientes cuestionamientos:</p>	

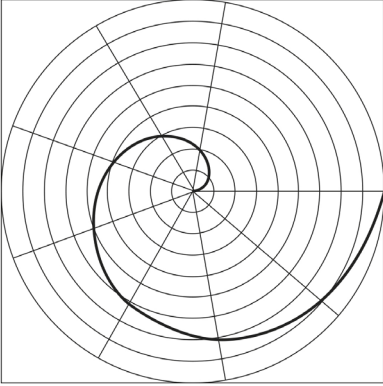
Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>» ¿Si tus compañeros toman el ancho del rectángulo más amplio o de menor tamaño que el tuyo, que sucede en relación al área que se debe determinar?</p> <p>» ¿Qué sucede, si se toma el ancho del rectángulo lo más pequeño posible?</p> <p>» ¿Qué puedes decir del proceso que se realiza para hallar el área aproximada bajo la curva?</p> <p>» ¿Es posible describir de forma detallada, el proceso que se sigue para determinar el área aproximada bajo la curva? Si ¿Cómo? No ¿Por qué?</p> <p>» ¿Es posible identificar mediante una expresión algebraica el proceso utilizado para determinar el área aproximada bajo la curva? Si ¿Cómo? No ¿Por qué?</p>	
		<p>Terminada esta parte, se deben socializar las respuestas dadas por algunos de los estudiantes, los cuales serán seleccionados por el docente.</p> <p>Para finalizar esta actividad y apoyado en un ejemplo que estará presente en el recurso, el docente realizará lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explicará, que cuando se toman rectángulos de ancho, cada vez más pequeños, el área será más aproximada. • Utilizando un cuadro de texto y en compañía de los estudiantes, describirá en lenguaje verbal la estrategia utilizada para determinar el área aproximada bajo la curva. • Explicará cómo se realiza la identificación del proceso realizado, por medio de una expresión algebraica. 	
		<p>Actividad 2: En el plano Cartesiano. [H/C 8 - H/C 9 - H/C 10 - H/C 11 - H/C 12- H/C 13].</p> <p>[H/C 8: Halla áreas por aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos.]</p> <p>[H/C 9: Expresa por medio de variables las medidas de los rectángulos que descomponen una figura.]</p> <p>[H/C 10: Ubica una figura en el plano cartesiano para generalizar las bases de</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>los rectángulos como valores en el eje X y alturas de los rectángulos como imágenes de una función.]</p> <p>[H/C 11: Identifica en el plano cartesiano un intervalo que define la base de una figura.]</p> <p>[H/C 12: Expresa la medida de las bases de los rectángulos que descomponen una figura por medio de una sucesión.]</p> <p>[H/C 13: Construye expresiones que representen una estrategia general para hallar el área de una figura por medio de descomposición en triángulos.]</p> <hr/> <p>Esta actividad, tomará en cuenta las gráficas de las funciones Seno y Coseno, para abordar los diferentes ítems propuestos.</p>  <p>En una primera parte de la actividad, el docente basado en la anterior figura, que estará presente en el recurso y en el Material del Estudiante, propone dar respuesta a las siguientes preguntas de forma individual:</p> <ul style="list-style-type: none"> » ¿Sabes a qué corresponde esta representación? » ¿Es posible hallar el área de esta representación por aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? » ¿Es posible expresar, por medio de variables, las medidas de los rectángulos que descomponen la figura? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? <p>Después de dar un tiempo prudencial para abordar las preguntas propuestas, el docente propone a los estudiantes</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>conformar grupos de tres integrantes y abordar las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Socialicen las respuestas dadas a cada una de las preguntas abordadas. » Establezcan acuerdos en relación a las respuestas correctas. » Nombren un líder que socialice los acuerdos establecidos. <p>El docente, inicia la socialización de las repuestas, contando con la participación de los líderes de cada grupo. Es importante que durante esta, el docente haga énfasis en los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La representación corresponde a la gráfica de la función seno y gracias a las particularidades de esta, se tiene igualdad en relación a las dos curvas trazadas a partir de un desfase de 90° o su equivalente en radianes. • La base de los rectángulos, en los que se descompone la figura, puede o no ser igual para todos y siempre se tendrá variabilidad en relación al largo de estos para que se complete la mayor cantidad de espacio posible. • Los rectángulos utilizados, pueden completar la figura por defecto o por exceso y en los dos casos se podrá determinar el área aproximada bajo la curva. En este punto, es necesario que el docente, apoyado en el recurso y contando con la participación de los líderes de cada uno de los grupos, verifique esta situación y observar la cercanía que se puede tener en estos valores. <p>Posteriormente se da desarrollo a la segunda parte de esta actividad, en la cual se conservarán los grupos de trabajo. Se solicita entonces a los estudiantes, dar respuesta a las siguientes consignas en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Ubica la figura en el plano cartesiano. » Generaliza las bases de los rectángulos como valores en el eje x. » Determina la imagen de los rectángulos en el eje y. Recuerda tener presentes las características de la función seno, la cual genera la curva. » Determina el intervalo, que define la 	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>base de la figura.</p> <ul style="list-style-type: none"> » Expresa, por medio de una sucesión, la medida de las bases de los rectángulos que descomponen la figura. <p>Apoyado en el recurso, el cual contiene un plano cartesiano, el docente debe direccionar la socialización de las consignas propuestas. Siendo necesario que el docente, enfatice en los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Al ubicar la figura en el plano cartesiano, la función seno cuenta con particularidades que el estudiante debe reconocer, en especial sus características de desarrollo en los ejes. <div data-bbox="634 789 1117 1045" data-label="Figure"> <p style="text-align: center;">$y = \sin \theta$ para $0 \leq \theta \leq 2\pi$</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> » Es necesario reconocer, la igualdad existente entre la curva que se traza de 0 a π y de π a 2π, al igual que la distancia desde 0 a 1 y desde 0 a -1. » De acuerdo a lo anterior, el docente debe direccionar a los estudiantes, para que identifiquen la misma base de la figura para cada una de las curvas. » El docente debe enfatizar en la necesidad de establecer una relación entre las bases de los rectángulos que se trazan. Ya sean que las bases sean la mitad de otra, la tercera parte, el doble, el triple, etc. <p>Para finalizar esta actividad, el docente plantea el siguiente cuestionamiento, para ser abordado de forma individual en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> » ¿Es posible establecer una estrategia general, para hallar el área de una figura, por medio de descomposición en triángulos? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? 	


Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>En esta parte es importante, que el docente al conocer las respuestas de los estudiantes, enfatice en la posibilidad de descomponer un rectángulo en dos triángulos.</p>	
		<p>Actividad 3: Riemann [H/C 14 - H/C 15 - H/C 16].</p> <p>[H/C 14: Investiga y reconoce a partir de la historia el proceso desarrollado para hallar el área de figuras descomponiendo en rectángulos como las sumas de RIEMANN.]</p> <p>[H/C 15: Reconoce la posibilidad de interpretar el lado de una figura ubicado en el plano como una función.]</p> <p>[H/C 16: Reconoce la aplicación del límite en las aproximaciones al área de figuras con descomposición en rectángulos.]</p>	
		<p>Para dar desarrollo a esta actividad, es importante tener en cuenta las siguientes condiciones de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Los estudiantes deben conservar los tríos formados en la actividad anterior. » Deben de tener acceso a textos que contengan información (no ejercicios) del cálculo integral o acceso a internet. » Los estudiantes, por cada grupo, deben contar con los siguientes materiales de trabajo: Marcadores, papel bond y reglas. <p>Teniendo listas las condiciones de trabajo, el docente propone las siguientes consignas, para ser abordadas en el Material del Estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Consulta, en relación a la forma en la que se dio el desarrollo histórico, que permite hallar el área de figuras, descomponiéndolas en rectángulos. » Indaga en relación a los aportes de Riemann al desarrollo del Cálculo Integral. » Elabora una línea histórica, en la que ubiques los personajes que realizaron contribuciones al desarrollo del cálculo integral, enfatizando en aquellos que trabajaron en la descomposición del área de la figura en rectángulos. En dicha línea, es necesario que describas 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>brevemente el aporte del personaje.</p> <p>Dado un tiempo prudencial para abordar las consignas propuestas, el docente debe direccionar la socialización de las respuestas dadas por cada uno de los grupos y apoyado en el recurso, realizar una línea histórica en la que se cuente con la participación y aportes de cada uno de los grupos.</p> <hr/> <p>Posteriormente, el docente apoyado en el recurso, debe socializar la siguiente información:</p> <p style="text-align: center;">Área de una espiral</p> <p>El siguiente ejemplo de cuadratura sigue un procedimiento que, traducido a las notaciones actuales, es prácticamente el mismo de la integral de Riemann.</p> <p>La espiral de Arquímedes, es la curva que describe un punto material que se mueve con velocidad uniforme a lo largo de una semirrecta que gira con velocidad angular uniforme alrededor de su extremo. Es un ejemplo de las llamadas curvas mecánicas. La ecuación polar, de una espiral de Arquímedes es de la forma $p=a$, donde $a > 0$ es una constante.</p> <p>Teorema. El área del primer ciclo de una espiral es igual a una tercera parte del área del círculo circunscrito.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>La intencionalidad que se tiene al presentar esta información, es evidenciar que los desarrollos que se tienen en cuanto al cálculo integral no se dieron de forma inmediata y que se pueden establecer relaciones entre los trabajos realizados por diferentes personajes.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Dando continuidad a la presentación del docente, se deben socializar los siguientes aspectos en relación a los aportes de Riemann:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Para abordar los desarrollos del cálculo integral, es preciso tener claridad frente al concepto de área, el cual puede ser conocido o se puede partir de una idea intuitiva que no necesita aclaración. » El tipo de región más simple, que se puede considerar es un rectángulo, cuya área se define como el producto de su base por su altura. A partir de esta definición, se pueden obtener las fórmulas para el área de regiones más complicadas: triángulos, paralelogramos, polígonos regulares, etc. El gran problema se plantea cuando se intenta calcular el área de regiones más generales que las poligonales. » Los primeros matemáticos que intentaron resolver el problema de una forma seria fueron los griegos, utilizando el método de “Exhaución”. Este método, atribuido a Arquímedes, consiste en encajar la región entre dos polígonos, uno inscrito y otro circunscrito. Si la diferencia entre las áreas de los dos polígonos es pequeña, entonces se puede aproximar el área de la región por cualquier número comprendido entre el área del polígono inscrito y el área del polígono circunscrito. » El método que se presenta a continuación, es parecido en algunos aspectos, al método de exhaución. Se trata de aproximar la región por una unión de rectángulos de tal forma que el área de la región se aproxime por la suma de las áreas de los rectángulos. <p>Apoyado en el recurso, en el cual se encontrarán las expresiones matemáticas que dan cuenta de los desarrollos de Riemann, el docente debe explicar a los estudiantes la forma en que se dieron estos y algunos aspectos de relevancia como son los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Es necesario definir la integral de la 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>función f en un intervalo cerrado $[a, b]$.</p> <ul style="list-style-type: none"> » a y b son los límites inferior y superior de la integración respectivamente. » No todas las funciones son integrables, sin embargo la familia de funciones integrables en un intervalo es muy grande “ Toda función continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ es integrable en dicho intervalo”. » Si f es continua y no negativa en un intervalo cerrado $[a; b]$, entonces el área de la región limitada por f, el eje x y las líneas verticales $x = a$ y $x = b$ viene dada por: $\text{área} = \int_a^b f(x) dx$ <p>Después de presentar y explicar esta información, el docente apoyado en el recurso, propone dar respuesta a la siguiente pregunta:</p> <ul style="list-style-type: none"> » ¿Es posible, que al ubicar en el plano cartesiano una figura, esta pueda interpretarse como una función? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? <p>Esta pregunta, debe ser abordada por el grupo de trabajo y sus respuestas deben ser consignadas en el Material del Estudiante.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Posteriormente, el docente haciendo uso de un cuadro de texto, consignará los apuntes de algunos de los grupos de trabajo y establecerá con ellos un consenso respecto a esta. Continuando el trabajo con la pregunta propuesta, se tendrá en el recurso la posibilidad, mediante un ejemplo, de evidenciar como una figura, al ubicarse en el plano cartesiano, puede relacionarse con una función determinada en un intervalo $[a,b]$.</p> <p>Para finalizar esta actividad, el docente propone la realización de las siguientes consignas y preguntas, conservando los grupos de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> » De acuerdo a las cinco funciones dadas en el Material del Estudiante, determina si son o no integrables por medio del método desarrollado por Riemann, justificando tu respuesta. 	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<ul style="list-style-type: none"> » ¿Cuáles conocimientos previos, puedes utilizar para la determinación del área de figuras con superficies curvas? Justifica tu respuesta. » ¿Es posible, mediante la aplicación del límite, realizar aproximaciones al área de las figuras con descomposición en rectángulos? Si ¿Cómo? No ¿Por qué? <p>Durante la socialización de las respuestas dadas a estas consignas y preguntas, es necesario que el docente haga explícita la relación que se establece entre las funciones, los límites, las integrales, las derivadas, entre otros conocimientos, los cuales se pondrán en juego más adelante. Para esto, contará en el recurso con las definiciones de estas y algunas posibles relaciones.</p>	
<p>Resumen</p> 	<p>Resumen</p>	<p>Actividad: Determinación de áreas bajo la curva.</p> <p>El docente, apoyado en el recurso, propone la realización de las siguientes consignas, conservando los grupos de trabajo y consignando las respuestas en el Material del Estudiante :</p> <ul style="list-style-type: none"> » Traza la curva correspondiente a la función coseno en el plano cartesiano. » Realiza la descomposición de la figura en rectángulos. » Identifica en el plano cartesiano un intervalo que defina la base de la figura. » Halla el área de la figura por medio de aproximaciones sucesivas de sumas de áreas de rectángulos. » Expresa por medio de variables, las medidas de los rectángulos que descomponen la figura. <p>Después de dar un tiempo prudencial para abordar las consignas propuestas y realizada la socialización de estas, el docente debe de realizar las aclaraciones o correcciones que considere pertinentes en relación al trabajo realizado por sus estudiantes.</p>	

Etapa	Flujo de aprendizaje	Enseñanza / Actividades de aprendizaje	Recursos recomendados
		<p>Dichas aclaraciones y correcciones las realizará el docente apoyado en el recurso, en el cual tendrá la función coseno y la determinación, por medio de integrales, del área bajo la curva. Se espera que con este ejercicio, el docente no solo de cierre a estas actividades, sino que también se de apertura al trabajo con integrales que se desarrollará en adelante.</p>	
<p>Tarea</p> 	<p>Tarea</p>	<p>TAREA</p> <p>El docente propone la realización de las siguientes consignas:</p> <ul style="list-style-type: none"> » Indaga en relación a las limitaciones que pueda tener el método desarrollado por Riemann para la determinación de áreas. » Consulta algunas aplicaciones de gran trascendencia que haya tenido el método desarrollado por Riemann. » Indaga en relación a la existencia de otros métodos que permitan la determinación del área de figuras curvas. » Elabora una tabla comparativa entre dos métodos que permitan determinar el área de figuras curvas, resaltando las ventajas o desventajas que puedan tener estos. 	