Grado 11

Matematicas - Unidad 4

¿Cómo hallo el área de superficies curvas?
Bienvenidos al cálculo integral

Tema

Interpretación de la integral como antiderivada.

Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

Introducción

Algunos seres humanos se proponen tener mayor velocidad al desarrollar una tarea para aprovechar el tiempo, tener mayores ganancias, al practicar algunos deportes, o para realizar alguna acción que le genere mayor adrenalina. Sin embargo para algunos animales tener mayor velocidad les permite sobrevivir.

Actividad Introductoria: La velocidad como elemento de supervivencia.

Después de observar el video, recuerda la situación del guepardo y responde las preguntas:

Hace poco fui en búsqueda de una cebra que estaba desprevenida tomando agua en el rio, corrí por **30 minutos**, fui directo hacia ella que se encontraba a **25 Km** y el espacio recorrido estaba limitado por la siguiente función: **$e(t)=50\,t^2+15t+2$.** Este fue el dato que me dio el investigador.

- ¿La cebra sobrevivió?, ¿cuál fue mi velocidad máxima en Km /h?, ¿cuánto fue mi aceleración?

Objetivos

» Identificar la diferenciación y la integración como procesos inversos

- Identificar la integral de una función buscando la función de donde proviene su derivada.
- Hacer uso de estrategias para determinar la derivada de una función.

Actividad 1: De la velocidad al espacio recorrido.

Después de observar el video de la introducción, lee con atención la siguiente situación y responde las preguntas:

El halcón se dispone a cazar un murciélago que se encuentra a **66 Km** de distancia, si el halcón peregrino avanza con una velocidad en **Km/h**, durante **25 minutos** a partir de la función $\mathbf{e(t)= 340t^2-2t-5}$ y el murciélago empieza a escapar hacia su cueva que se encuentra a **7 Km**, a partir de la función $\mathbf{e(x) = 26t^2+40t - 8/5}$, pasados los **8 minutos** desde que el halcón salió.

1. ¿El murciélago sobrevivió?

2. ¿Qué velocidad alcanzó el halcón transcurrido los 25 minutos?

3. ¿Qué velocidad alcanzó el murciélago?

Mientras estás observando el segundo video, ¿Qué estrategias plantearías para solucionar el problema que tiene el guepardo?

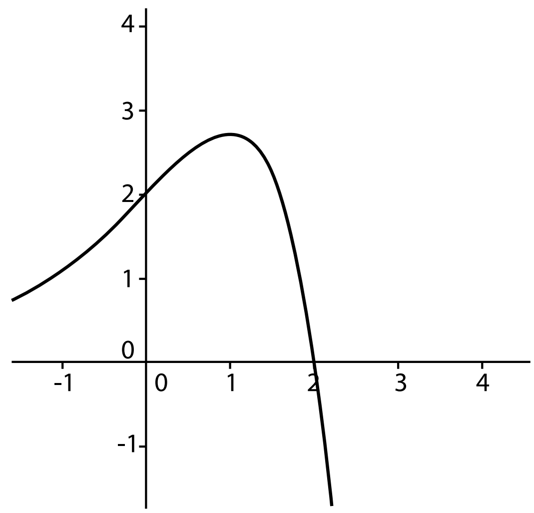
Continúa observando el video y compara las posibles soluciones.

Actividad 2: Construcción de un circuito de carreras.

Lee con atención las situaciones que se presentan a continuación y responde las preguntas.

Juan Pablo Montoya inició la temporada 2015 de la IndyCar con un memorable triunfo en San Petersburgo, el circuito callejero de la Florida. Su equipo el Penske obtuvo que Juan Pablo Montoya condujera el auto durante dos horas exactas, y que la velocidad de su automóvil estuviera dada por la expresión $\mathbf{v(x)=(2-x) \bullet e^{x}}$, donde $\mathbf{x}$ es el tiempo en horas y $\mathbf{v(x)}$ es la velocidad en cientos de kilómetros por hora.

El equipo Penske y el Colombiano buscan llevarse el título de la IndyCar del año 2015, para ello busca quien le ayude a resolver los siguientes interrogantes sobre el desempeño del auto en la carrera.



1. ¿En qué momento del tiempo de carrera obtuvo la velocidad máxima?

2. ¿Cuál fue la velocidad máxima que obtuvo el automóvil?

3. ¿Cuáles fueron los momentos donde aumentó la velocidad y en cuáles disminuyó la velocidad?

4. ¿El auto se detuvo alguna vez?

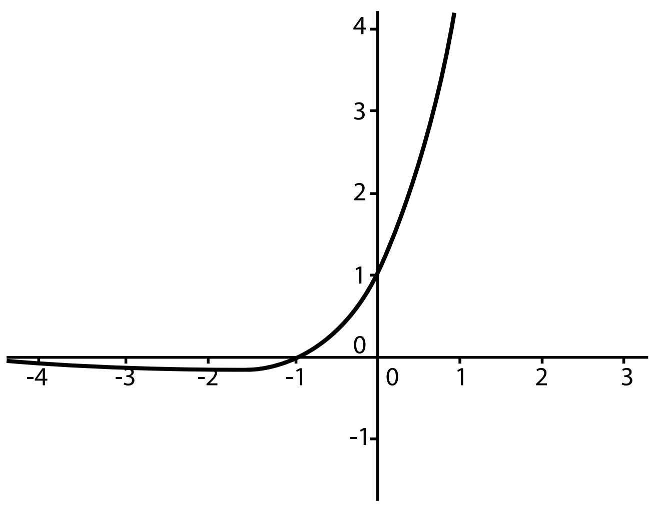
5. Calcula la derivada de:

$$v(x) = (2 - x) \cdot e^x$$

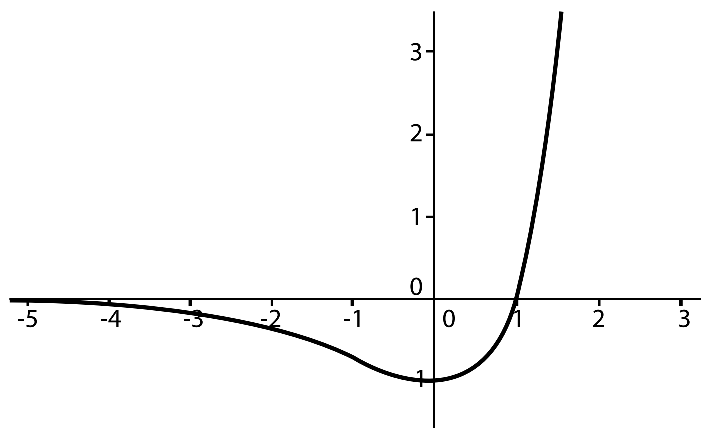
6. ¿Qué relación se obtiene cuando se calcula la derivada de la función anterior? Justifique su respuesta.

7. De las siguientes graficas ¿cuál representa la función derivada de **$v(x)=(2-x) \cdot e^{x}$?**
Justifique su respuesta.

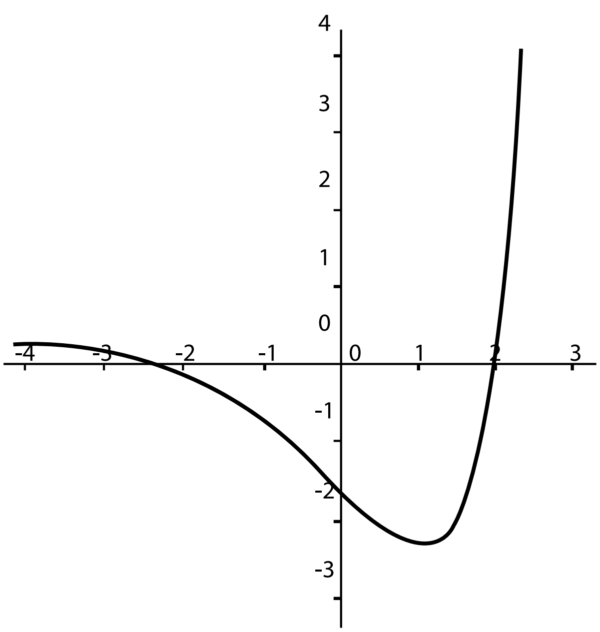
Gráfica 1



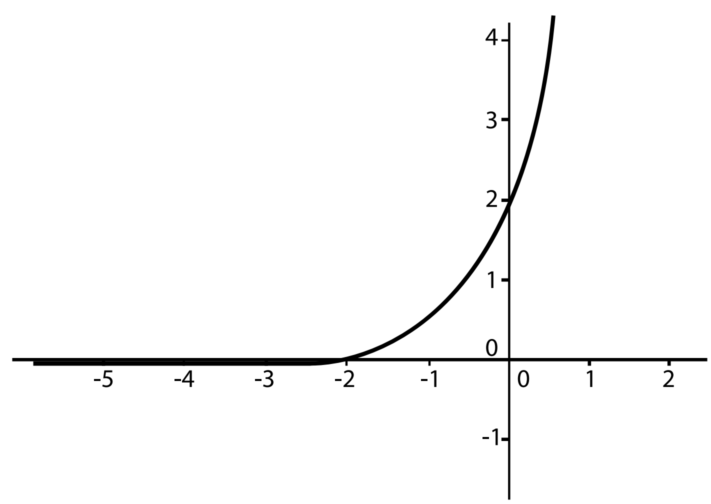
Gráfica 2



Gráfica 3

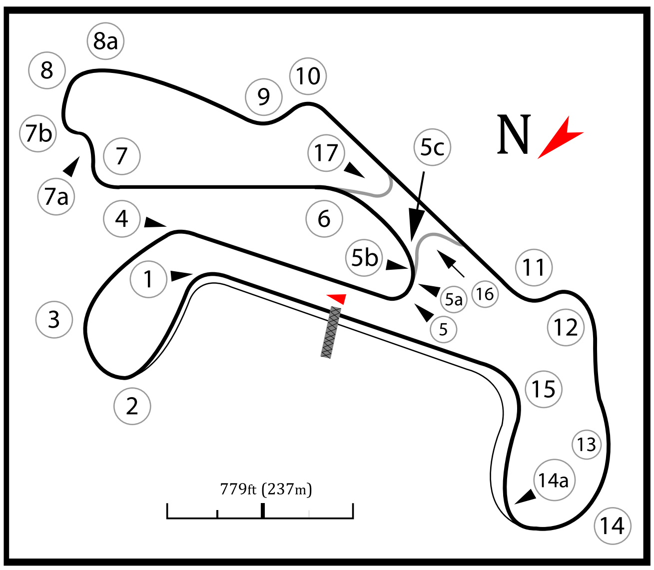


Gráfica 4



8. ¿Qué interpretación se puede hacer de la derivada de la función $v(x)=(2-x) \bullet e^x$ en relación al tiempo y la velocidad en horas?

INDYCAR EN NOLA MOTORSPORTS



La segunda parada de la IndyCar tiene como anfitrión a NOLA Motorsports Park (Louisiana) el 12 de abril - circuito mixto, esta es la carrera más rápida de la historia en Nola, por lo que se espera que el automóvil alcance su mayor rendimiento y su máxima velocidad.
Se espera que la velocidad máxima del automóvil se presente en la recta saliendo de la curva 15 hasta la curva 1, se sabe que esta recta la debe recorrer en máximo 15 segundos para ello se están haciendo los análisis del tiempo respecto a la velocidad donde obtuvo la siguiente expresión:

$$f(t) = 73t^2 + 44t + 50$$

1. ¿Cuál será la velocidad alcanzada por el vehículo después de **0,5 segundos**?

2. ¿Cuál será la velocidad alcanzada por el vehículo después de **4,5 segundos**?

3. ¿Cuál será la velocidad alcanzada por el vehículo después de **8 segundos**?

4. ¿Cuál será la velocidad alcanzada por el vehículo después de **11,5 segundos**?

5. ¿En qué instante el vehículo alcanza la velocidad máxima?

En las pruebas que se realizaron en el circuito de Nola se encontró que la velocidad obtenida en la recta 10 y 11 está representada por la expresión:

$$v(t) = 25t^2 + 12t - 35$$

6. ¿Cuál será la aceleración presentada transcurridos **0,5 segundos**?

7. ¿Cuál será la aceleración presentada transcurrido **1 segundo**?

8. ¿Cuál será la aceleración presentada transcurridos **1,5 segundos**?

El equipo Penske juega un papel importante cuando el piloto Colombiano y su bólido ingresan a la zona de pits, ellos esperan que el auto obtenga un buen rendimiento a la hora de salir de la asistencia técnica, para ello plantean que el auto debe tener una velocidad considerable después de 1,5 segundos para así no perder ningún puesto en la competición, para ello plantean la siguiente expresión:

$$f(t) = 2,8\, t^2 \bullet 3,4\, t$$

9. ¿Cuál será la velocidad alcanzada por el vehículo después de **1,5 segundos**?

Esperamos que la información que otorgaste al equipo Penske sea de gran ayuda y así mismo se hayan solucionado los interrogantes, con ello estamos seguros que contribuirás a los próximos triunfos del Piloto Colombiano **Juan Pablo Montoya.**

Construye un circuito a escala con dos de tus compañeros, teniendo en cuenta las siguientes especificaciones:

- El circuito debe contener 5 tramos.
- Se le debe asignar a cada tramo del circuito una función de velocidad con funciones polinómicas, logarítmicas, exponenciales, y trigonométricas. (Se deben asignar teniendo coherencia con la forma del circuito y el tiempo)
- Asignadas las funciones de velocidad, deben hallar las funciones de espacio recorrido en función del tiempo.
- Teniendo claro el espacio recorrido en cada uno de los tramos, construir una maqueta del circuito creado.

Actividad 3: Gráficas de la derivada y antiderivada.

Despues de observar el video grafica manualmente o con ayuda de un programa si tienes acceso:

- Una función polinómica y su antiderivada, una función exponencial y su antiderivada, una función trigonométrica y su antiderivada, una función logarítmica y su antiderivada.

Determina la integral de las siguientes funciones, buscando una función que al ser derivada produce la función dada. Es decir buscando la antiderivada.

$\int x^6$ $\qquad \int 6x^3 + 35$ $\qquad \int \cos x$

$\int \operatorname{sen} x$ $\qquad \int 3^X$

Ubica las siguientes expresiones que indican la antiderivada de una función, en la tabla según corresponda.

$sen\ x + c$

$\frac{a^n}{\text{In}\ a} + c$

$\text{In}|sen\ x| + c$

$\text{In}|x| + c$

$csc\ x + c$

$sec\ x + c$

$tan\ x + c$

$e^x + c$

$-cos\ x + c$

$-cot\ x + c$

$\text{In}|sec\ x| + c$

$\frac{x^{n+2}}{n+1} + c\ (n \neq -1)$

Expresiones	Antiderivadas
$\int x^n\, dx =$	
$\int \frac{1}{x}\, dx =$	
$\int e^x\, dx =$	
$\int a^x\, dx =$	
$\int sen\ x\, dx =$	
$\int cos\ x\, dx =$	
$\int sec^2 x\, dx =$	
$\int csc^2 x\, dx =$	
$\int \sec x \tan x\, dx =$	
$\int \csc x \cot x\, dx =$	
$\int \tan x\, dx =$	
$\int \cot x\, dx =$	

Resumen

Completa el siguiente cuadro comparativo, expresando como mínimo cuatro características de cada una de ellas.

Derivada de una función	Antiderivada de una función

Tarea

Realiza lo siguiente:

1. Los estudiantes investigarán las velocidades que logran alcanzar cinco automóviles usuales y las compararán con las velocidades que logran alcanzar algunos animales.

2. Los estudiantes construirán un friso o una presentación virtual donde se compare por medio de gráficas las velocidades y el espacio recorrido de un automóvil con un animal. Para ello crearán funciones de velocidad para cada uno de ellos teniendo en cuenta la velocidad máxima que alcanzan y buscarán a partir de la antiderivada una posible opción de función de espacio recorrido.