Tema

Reconocimiento de algunos eventos de la historia del cálculo integral

Nombre: ______________________________ **Curso:** __________

Introducción

Es común que, al estudiar un tema en específico, por parte de los estudiantes, se mencione: ¿y para qué me sirve eso?, ¿lo utilizaré algún día como profesional o en mi vida cotidiana?, y por parte de los profesores: ¡claro, en muchas partes, no obstante, a veces no es tan evidente! Así las cosas, a través del desarrollo de las actividades que a continuación se describen, se espera que el revisar algunos eventos de la historia del cálculo integral, permitan entender la importancia del cálculo en el desarrollo cultural y tecnológico de la humanidad.

Actividad Introductoria: La historia, más allá de las anécdotas.

Después de observar el video, en conjunto con tu profesor y compañeros de clase, realiza un foro en dónde el tema central sea dar respuesta a las siguientes preguntas:

Descripción del video

UNA TARDE CON MI ABUELO

A través de una situación entre una joven y su abuelo, se presentan anécdotas que se tienen en relación con eventos históricos que dejaron huella dentro de la matemática pero que no aportan elementos para la comprensión del objeto matemático en sí.

1. ¿Recuerdas alguna anécdota que se relacione con algún desarrollo dentro de la matemática?
2. ¿Consideras qué a partir de la información que suministran las anécdotas que se presentaron, se puede ganar algo en cuanto a la comprensión del cálculo integral? Justifica tu respuesta.
3. ¿Crees que la historia de la matemática te puede contribuir para que la comprendas mejor o más fácilmente?

Objetivos de aprendizaje

- » Identificar a partir de la historia características del estudio del cálculo integral y algunas de sus aplicaciones.
- » Fortalecer la concepción del cálculo integral conociendo eventos históricos en su estudio.

Actividad 1: Reconociendo e interpretando

La actividad consta de cuatro partes:

Primera parte: Realiza la lectura del texto: Un poco de historia (UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID, 2015) y responde las preguntas y consignas propuestas. Luego, resuelve el ejercicio planteado.

Un poco de historia (desde los griegos hasta Riemann)

El problema del cálculo de áreas planas y de volúmenes de sólidos se remonta a los tiempos de los griegos. Básicamente existían dos tipos de métodos: los métodos heurísticos o atómicos y los métodos de exhaución.

Métodos heurísticos	Métodos de exhaución
Los métodos heurísticos se basaban en la teoría atomista de Demócrito, que consideraba una línea, superficie o volumen como formada de un número finito de átomos. Se trataba entonces de sumar todos sus átomos para calcular su longitud, superficie o volumen. Con este método, Demócrito calculó por primera vez los volúmenes del cono y la pirámide.	Métodos que trababan de forma más rigurosa el cálculo de áreas y volúmenes, realizando demostraciones exhaustivas de los resultados. Tenían la desventaja de la necesidad de conocer el resultado para poder demostrarlo. Estos métodos fueron típicos de la Matemática griega y renacentista.

Leucipo, Demócrito y Antifón hicieron contribuciones al método exhaustivo griego al que Eudoxo (370 a.C.) dio una base científica. El método consistía en aproximar exhaustivamente la figura cuya área se deseaba calcular mediante polígonos de áreas conocidas.

Posteriormente, Arquímedes (225 a.C.) usó el método exhaustivo (= agotamiento) para encontrar la aproximación al área de un círculo. De un modo sencillo puede describirse así: "Dada una región cuya área deseamos determinar, se inscribe en ella una región poligonal que se aproxime a la dada, y cuya área sea conocida o de fácil cálculo. Luego se elige otra región poligonal que dé una aproximación mejor, continuándose el proceso tomando cada vez polígonos de mayor número de lados y que tiendan a llenar la región dada inicialmente".

No hubo más progresos hasta el siglo XVI cuando la mecánica empezó a llevar a los matemáticos a examinar problemas como el de los centros de gravedad. Luca Valerio (1552-1618) publicó 'De quadratura parabolae' en Roma (1606) que continuaba los métodos griegos para atacar el problema del cálculo de áreas.

Tres matemáticos, nacidos en un periodo de tres años, fueron los siguientes en hacer contribuciones importantes. Eran Fermat (1601-1665), Roberval y Cavalieri (1591-1647). Este último llegó a su 'método de los indivisibles' por los intentos de integración de Kepler: "Cada recinto plano lo considera como suma de infinitos segmentos paralelos, y cada cuerpo como suma de sus infinitas secciones paralelas. Tales segmentos y secciones planas son los llamados indivisibles de Cavalieri".
El siguiente paso importante lo dieron Torricelli y Barrow (1630-1677). Ambos estudiaron el problema del movimiento con velocidad variable. La derivada de la distancia es la velocidad y la operación inversa nos lleva de la velocidad a la distancia.

De aquí empezó a evolucionar naturalmente una concienciación de la inversa de la diferenciación y que Barrow estuviera familiarizado con la idea de que integral y derivada son inversas una de otra. De hecho, aunque Barrow nunca afirmó explícitamente el teorema fundamental del cálculo, estaba trabajando hacia el resultado y Newton (1642 -1727) continuaría en esta dirección y daría explícitamente el 'Teorema Fundamental del Cálculo'.

Posteriormente Leibniz (1646 – 1665) usó la integral como una suma, de forma muy similar a la de Cavalieri. Es, además, el responsable de la actual simbología del cálculo infinitesimal.

El nombre de "Cálculo Integral" fue puesto por Jakob Bernoulli (1654 – 1705) a finales del siglo XVII; posteriormente, ya en el siglo XIX Euler (1707 -1783) publicó en un libro todo el cálculo integral elemental.

El cálculo Integral fue asentado de forma rigurosa a partir de la noción de límite de Cauchy (1789 – 1857). Pero la integral de Cauchy sólo era válida para funciones continuas en intervalos cerrados y acotados, así que fue Riemann (1826 -1866) quien definió la integral que lleva su nombre, ampliando la clase de funciones integrables a las funciones continuas salvo en un número numerable de discontinuidades.

Posteriormente Leibniz (1646 – 1665) usó la integral como una suma, de forma muy similar a la de Cavalieri. Es, además, el responsable de la actual simbología del cálculo infinitesimal.

El nombre de "Cálculo Integral" fue puesto por Jakob Bernoulli (1654 – 1705) a finales del siglo XVII; posteriormente, ya en el siglo XIX Euler (1707 -1783) publicó en un libro todo el cálculo integral elemental.

El cálculo Integral fue asentado de forma rigurosa a partir de la noción de límite de Cauchy (1789 – 1857). Pero la integral de Cauchy sólo era válida para funciones continuas en intervalos cerrados y acotados, así que fue Riemann (1826 -1866) quien definió la integral que lleva su nombre, ampliando la clase de funciones integrables a las funciones continuas salvo en un número numerable de discontinuidades.

Segunda parte: Consignas y preguntas propuestas:

1. ¿Cuál consideras que fue el evento que marcó el surgimiento del cálculo integral?

2. ¿Por qué crees que surgió el cálculo integral?

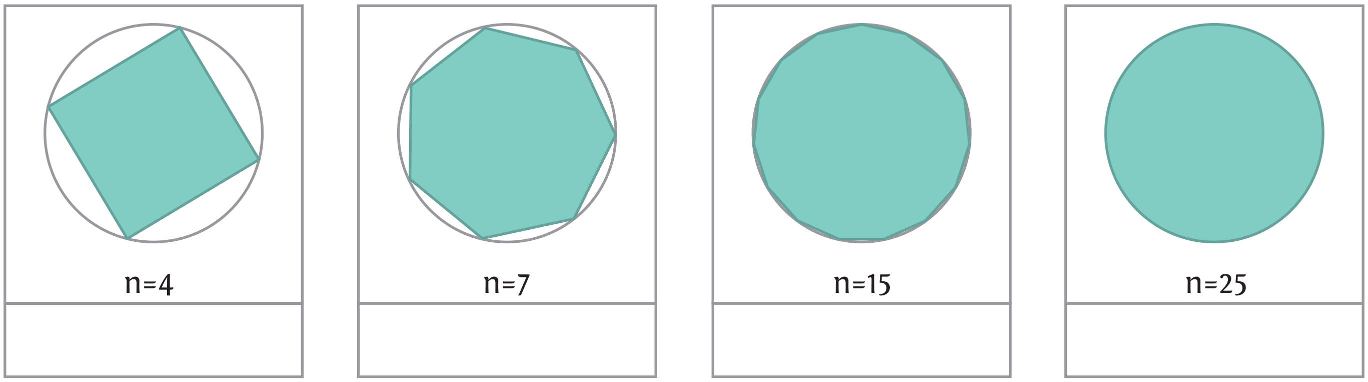
3. Utiliza una palabra para describir el aporte de cada uno de los matemáticos al surgimiento y formalización del cálculo integral.

4. Selecciona uno de los personajes que se presentaron y redacta un texto en el cual, con sus palabras, un poco de humor y teniendo presentes las anécdotas alrededor del evento histórico, cuente cuál fue el aporte de dicho personaje al surgimiento y formalización del cálculo.

Ejercicio propuesto: Aproximación del área de un círculo de radio r.

Calcula el área de cada polígono y responde la preguntas planteadas. Ten en cuenta que son polígonos regulares y que están inscritos en el un circulo de radio 1.

Puedes utilizar la fórmula: $A(n)=n\cdot r^2\ \mathrm{sen}((180°)/n)\cdot \cos((180°)/n)$, donde n es el número de lados del polígono regular y r el radio de círculo que circunscribe al polígono.



Preguntas:

1. ¿Si se incrementa el número de lados del polígono, entonces dentro de éste se incluirá más área del círculo?

2. ¿Es posible aproximar el área del círculo utilizando polígonos regulares circunscritos?

3. ¿Cuándo el número de lados n tiende a infinito, el área del polígono regular agotará el área del círculo?

Tercera parte: Responde el cuestionamiento:
¿A quién se le debe entonces el surgimiento del Cálculo Integral?

Luego, analiza algunos de los aportes de forma independiente realizaron Newton (en 1664 - 1666) y Leibnitz (en 1675) al surgimiento del cálculo (Suárez, 2015).

En el último tercio del siglo XVII, Newton y Leibnitz inventaron el Cálculo de forma independiente:

Unificaron y resumieron en dos conceptos generales, el de integral y derivada, la gran variedad de técnicas diversas y de problemas que se abordaban con métodos particulares

Desarrollaron un simbolismo y unas reglas formales de cálculo que podían aplicarse a funciones algebraicas y trascendentes, independientes de cualquier significado geométrico, que hacía casi automático, el uso de dichos conceptos generales.

Reconocieron la relación inversa fundamental entre la derivación y la integración.

Newton, llamó a nuestra derivada una fluxión, razón de cambio o flujo.

Leibnitz vio la derivada como una razón de diferencias infinitesimales y la llamó el cociente diferencial.

Newton hizo sus primeros descubrimientos diez años antes que Leibnitz quien, sin embargo, fue el primero en publicar sus resultados

Cuarta parte: Realiza la lectura del texto: La investigación de Newton y la investigación de Leibnitz, (Suárez, 2015). Luego, nuevamente, responde el cuestionamiento: ¿A quién se le debe entonces el surgimiento del Cálculo Integral?

La investigación de Newton y la investigación de Leibnitz

La investigación de Newton

A principios de 1665 descubre el teorema del binomio y el cálculo con las series infinitas. A finales de ese mismo año, el método de fluxiones, es decir, el cálculo de derivadas. En 1666 el método inverso de fluxiones y la relación entre cuadraturas y fluxiones. En esos dos años también inició las teorías de los colores y de la gravitación universal. Newton tenía 24 años.

Newton desarrolló tres versiones de su cálculo. En la obra De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas, que Newton entregó a su maestro Barrow en 1669, y que puede considerarse el escrito fundacional del Cálculo, Newton usa conceptos infinitesimales de manera similar a como hacía el propio Barrow.

Una segunda presentación del Cálculo es la que realiza Newton en el libro Methodus fluxionum et serierum infinitorum, escrito hacia 1671 y que se publicó mucho después en 1736. Newton considera cantidades variables que van fluyendo con el tiempo, a las que llama fluentes. Después se introducen las razones de cambio instantáneas de las fluentes, a las que llama fluxiones, que son las derivadas respecto al tiempo de las fluentes. Newton representaba a las primeras por letras x, y, z,. . . y a las segundas por letras punteadas $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$,. . . . Los incrementos de las fluentes x, y, z,. . ., los representa por medio de las correspondientes fluxiones en la forma $\dot{x}o$, $\dot{y}o$, $\dot{z}o$,. . ., y los llama momentos, donde (o) es entendido como un incremento infinitesimal de tiempo. Newton, desarrolló una serie de algoritmos y redujo muchos problemas como determinación de tangentes, máximos y mínimos, áreas y superficies, curvaturas, longitudes de arcos, centros de gravedad etc., a dos problemas fundamentales que pueden formularse tanto en términos mecánicos como en términos matemáticos:

Problema 1 Determinación de la velocidad de movimiento en un momento de tiempo dado según un camino dado. De otro modo: dada la relación entre las cantidades fluentes, determinar la relación de las fluxiones.

Problema 2 Dada la velocidad de movimiento, determinar el camino recorrido en un tiempo dado. Matemáticamente: determinar la relación entre las fluentes dada la relación entre las fluxiones.

Hay que notar, que Newton no piensa en términos de funciones con el significado actual de ese término, sino que imagina curvas o superficies descritas por las variables, o sea, considera relaciones entre las fluentes del tipo $f(x, y, z, \ldots) = 0$, donde f para él es una expresión analítica finita o infinita.

La investigación de Leibniz

Las investigaciones de Leibniz sobre la integración y el origen de sus notaciones para la integral y los diferenciales, pueden seguirse con todo detalle en una serie de manuscritos del 25 de octubre al 11 de noviembre de 1675. En 1676 Leibniz ya había obtenido prácticamente todos los resultados descubiertos por Newton un poco antes.

La primera publicación sobre cálculo diferencial, fue el artículo de Leibniz Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractals nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus, que fue publicado en Acta Eruditorum hace ya más de tres siglos, en 1684. En este trabajo, Leibniz definía el diferencial dy de forma que evitaba el uso de las sospechosas cantidades infinitesimales. Poco después, en 1686, Leibniz publicó un trabajo con sus estudios sobre la integración.
En las matemáticas de Leibniz son importantes los estudios sobre sucesiones numéricas y sus sucesiones de diferencias consecutivas asociadas.

Dada una sucesión de números: a_1, a_2, a_3, a_4,… ,a_n-1,a_n ,… Se puede formar la sucesión de sus diferencias primeras: b_1=a_1,b_2=a_2-a_1,b_2=a_3-a_2,b_2=a_4-a_3,… ,b_n=a_n-a_n-1,…

Así pues, Leibniz se dio cuenta de la relación: b_1+ b_2+ b_3+ b_n=a_n , deduciendo que las sucesiones de diferencias pueden sumarse fácilmente, y que el proceso de formar la sucesión de diferencias y después sumarla recupera la sucesión inicial, es decir, que se trata de operaciones inversas una de la otra. Esta sencilla idea, cuando se lleva al campo de la geometría, conduce al concepto central del cálculo de Leibniz que es el de diferencial, el cual tuvo para él diferentes significados en distintas épocas.

Reconocido hoy día como un genio universal, Leibniz vivió sus últimos años en Hannover en un aislamiento cada vez mayor y murió el 14 de noviembre de 1716. A su entierro solamente asistió su secretario.

¿A quién se le debe entonces el surgimiento del Cálculo Integral?

Actividad 2: Si alcanzo a ver tan lejos, es porque estoy sobre hombros de gigantes.

La actividad consta de dos partes:

Parte 1: Analiza la secuencia denominada: Aplicaciones de Cálculo Integral. Luego, en el espacio indicado y según corresponda, incluye un ejemplo.

Aplicaciones del Cálculo Integral

Primeras aplicaciones del cálculo integral.

- El problema del cálculo de áreas planas y de volúmenes de sólidos.
- Aproximación al área de un círculo
- Cálculo de centros de gravedad

Dos contextos en los que la determinación de las integrales ha posibilitado el desarrollo académico en diferentes campos.

Ingeniería Industrial

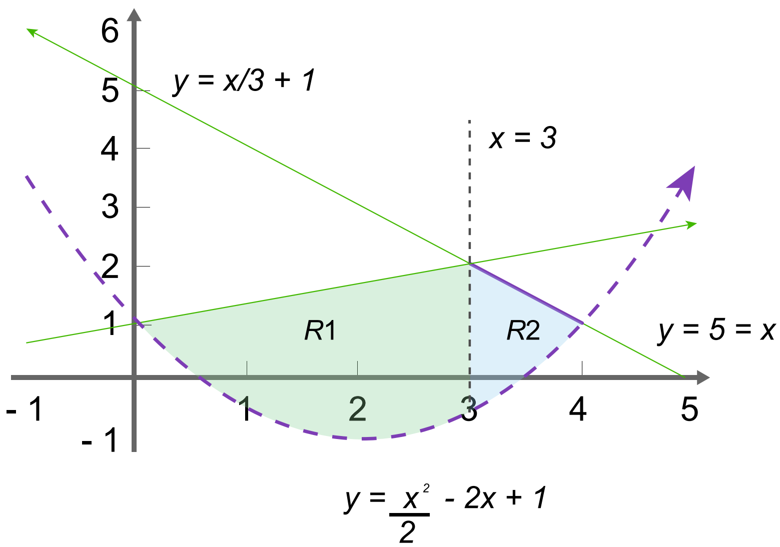
Los ingenieros no hacen uso cotidiano de las integrales en su labor pero si se tienen aplicaciones en el desarrollo de algunos modelos estocásticos, para los cuales es indispensable la formulación de integrales. La aplicación de estos modelos va dese la distribución de plantas, hasta la planificación de compras y producción.

Física

Determinación de la energía consumida en un periodo de tiempo mediante la integral de la potencia durante el tiempo, la variación de la carga eléctrica en un condensador durante un periodo de tiempo y la integración del caudal (metros cúbicos por segundo) que fluye por un conducto, la cual proporciona el volumen de fluido que ha pasado por el conducto durante el periodo de integración.

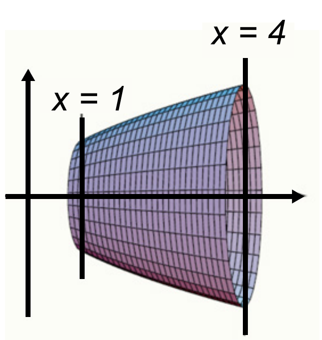
Parte 2: Áreas Planas
Hallar el área de la región R señalada en la figura ($R = R_1 + R_2$), que está delimitada por las gráficas de las ecuaciones.

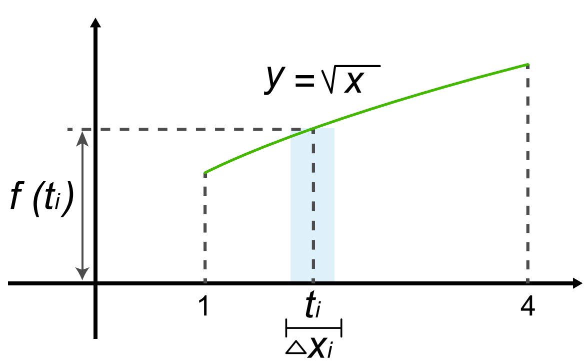
$$y = \frac{x^2}{2} - 2x + 1,\ y = \frac{x}{3} + 1,\ y = -x + 5$$



Problema: Volúmenes de sólidos
Hallar el volumen del sólido de revolución generado al girar al rededor del eje x, la región límitada por la gráfica de las ecuaciones:

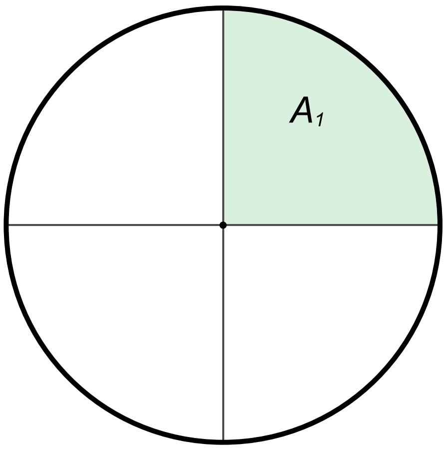
$$y = \sqrt{x},\ y = 0,\ x = 4$$





Problema: Área del círuculo
Calcular el área de círculo de radio definido por la circunferencia de ecuación:

$$x^2 + y^2 = r^2$$



Consignas y preguntas propuestas:

1. A partir de las aplicaciones de la integral que se presentaron, ¿consideras que es posible generar algunas aplicaciones que nos sirvan actualmente?. Justifica tu respuesta.

2. ¿Cuáles consideras que son las diferencias más relevantes entre las primeras aplicaciones que tuvo el cálculo integral y las que se tienen actualmente?

3. ¿Crees qué los precursores del cálculo integral consideraban que éste podría tener los desarrollos que ha alcanzado?

4. De acuerdo a lo que has aprendido en relación al cálculo integral y sus aplicaciones, ¿En qué campo o contexto consideras que sería valiosa su aplicación?

Resumen

Selecciona uno de los personajes y realiza las indagaciones propuestas.


Pierre de Fermat


Daniel Bernoulli


Isaac Barrow

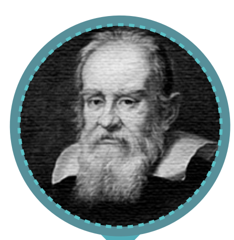

John Wallis


Bonaventura Cavalieri


Augustin Cauchy


NicolÆs Oresme


Johannes Kepler


Galileo Galilei


NicolÆs CopØrnico

Indagaciones:

1. Consulta la biografía del personaje seleccionado.
2. Enlista los trabajos académicos realizados por el personaje.
3. Indaga en relación a los aportes del personaje al Cálculo Integral.
4. Prepara una obra de teatro, en la cual uno de los integrantes del grupo, represente al personaje seleccionado y de forma creativa se presenten los desarrollos realizados por este en relación al Cálculo Integral.

Tarea

1. Consulta tres contextos, en los que sea o haya sido de gran importancia el cálculo integral, para dar solución a alguna necesidad de los seres humanos. Posteriormente, responde las siguientes preguntas, a partir de la información que te suministra cada contexto:

   - ¿Por qué es importante el cálculo integral en dicho contexto?
   - ¿Cómo se determinan las integrales en dicho contexto?

2. Finalmente, responde a la siguiente pregunta:

   Ya que conoces los trabajos de los precursores Newton y Leibnitz, ¿Cuál crees que sería su reacción al conocer los trabajos que se realizan actualmente a partir del uso del cálculo integral?

Lista de referencias

Haeussler, E., & Paul, R. (2003). Matemáticas para administración y economía. México: Pearson Educación.

Hernández, E. (02 de 11 de 2014). Revista Digital Matemáticas. Obtenido de Cálculo Diferencial e Integral: http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/CALCULODIFERENCIAL/index.htm

Suárez, M. (20 de 03 de 2015). Universidad de Granada. Obtenido de Orígenes del Cálculo Diferencial e Integral: Historia del Análisis Matemático: http://www.ugr.es/~mmartins/material/historia_matematica_origenes_calculo.pdf

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID. (25 de 03 de 2015). TUTORIAL INTERACTIVO SOBRE INTEGRACIÓN. Obtenido de Departamento de Matemática Aplicada a las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones: http://www.dma.fi.upm.es/java/cálculo/integracion2/html/contenido.html